

コロナウィルス (**SARS-CoV-2**) の (単純な) 数学モデル

牧野淳一郎 神戸大学惑星学専攻
2020/3/26 のグループセミナーの資料の翻訳

話の構成

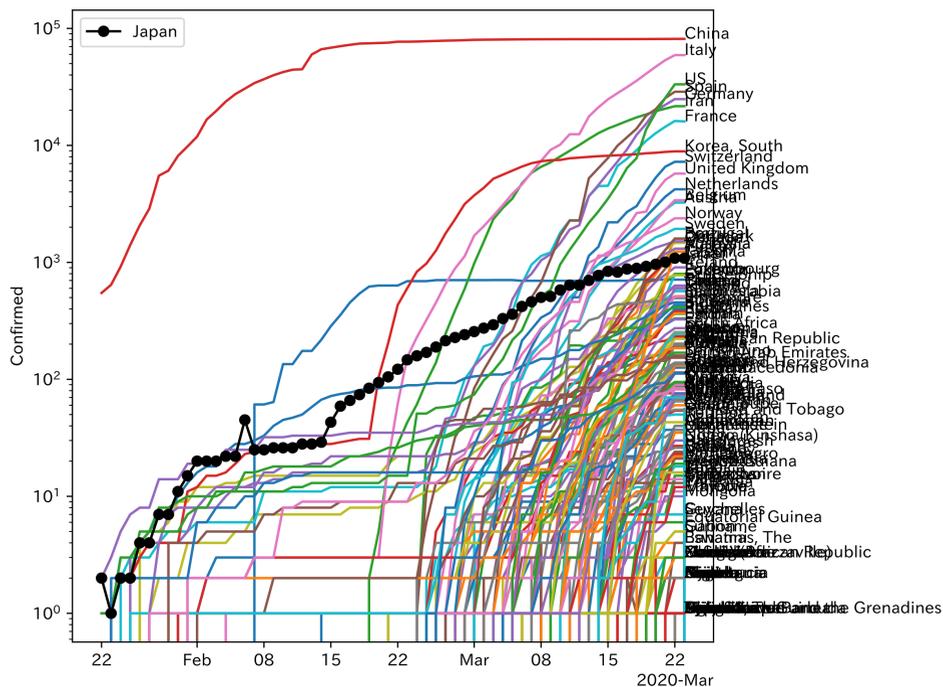
- 何が起きているのか？
- 現在の状況はどう理解できるか？
- なにがなされるべきか？我々は何ができるか？

何が起きているのか？

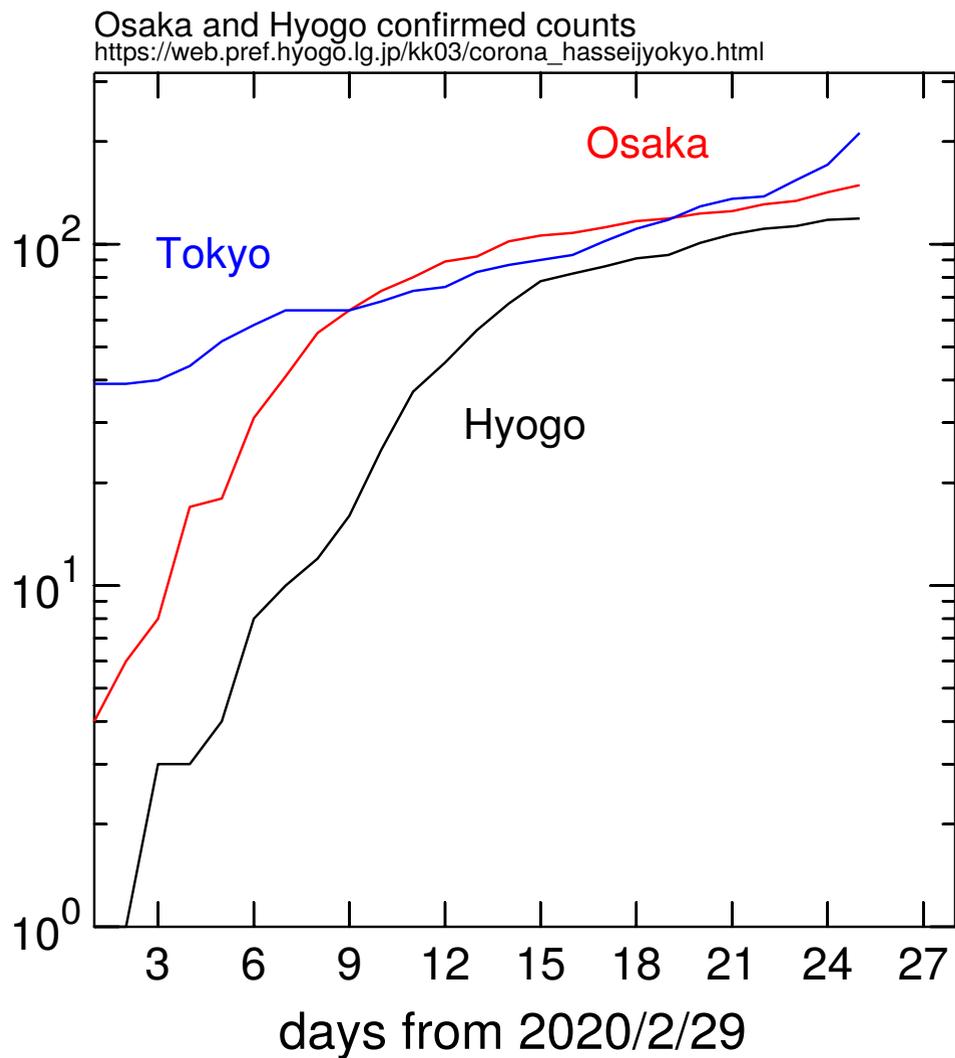
- 多くの国で、**SARS-CoV-2** の感染者の数は **1.5-2 日に 2 倍のペース** で増えている。

- 中国、韓国とあとカタールでは、感染者の増加は (ほぼ?) 止まっているように見える。

- 日本では **2 倍になる時間** は政府統計を信じるなら (私はちょっと信じられないが) **1 週間程度** である。



日本の状況は？



東京では増加が速くなっているようにみえる。

現在の状況はどう理解できるか？

人口が有限であることを考慮にいれたもっと単純な数学モデルは **SIR** モデル (**Kermack and McKendrick 1927**) である。

S: Susceptible (まだ感染していない)

I: Infected (現在感染中)

R: Recovered (感染から回復 (死者も含む))

$$S + I + R = N(\text{const.}), \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I, \quad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I. \quad (3)$$

β 、 γ は定数。 γ は病気の性質、 β は社会状況による。

モデルの前提となる仮定

与えられた集団(例えば日本の人口)に対して

- 感染者の増加率は、感染者の数とまだ感染していない人の数の積に比例
- 感染者は一定の減少率で指数関数的に減少

非常に単純化した1ゾーンモデル。1ゾーンでも、例えば潜伏期があるとか、感染して回復するまでのフェーズによって人に伝染させる効率が違うとか、さらには今回では回復しても免疫がつかないで再発症するケースがあるとか色々いわれているがそういうのは考慮してない。

無次元化した方程式

物事をわかりやすくするため、 S とか I とかを全人口に対する割合にする。

$$x = I/N, \quad y = R/N, \quad s = S/N = 1 - x - y. \quad (4)$$

$$\frac{dx}{dt} = ax(1 - x - y) - bx, \quad (5)$$

$$\frac{dy}{dt} = bx. \quad (6)$$

さらに、 $b = 1$ になるように時間を変換する。(1/b 日を 1 とする)

$$\frac{dx}{dt} = R_0x(1 - x - y) - x, \quad (7)$$

$$\frac{dy}{dt} = x. \quad (8)$$

R_0 は「基本再生産数」と呼ばれる。 a/b 。元に戻ると $N\beta/\gamma$ 。

極限での振舞い

- $R_0 < 1$ なら、 x は指数関数的に減少し、アウトブレイクは起こらない。
- $R_0 > 1$ で $x \ll 1$ なら、 x は指数関数的に増える (アウトブレイク)
- $R_0 > 1$ なら、 x は $R_0(1 - x - y)$ が 1 より小さくなるまで増える。そのあとは x はゼロに収束する。 y は R_0 に依存する定数に収束する。

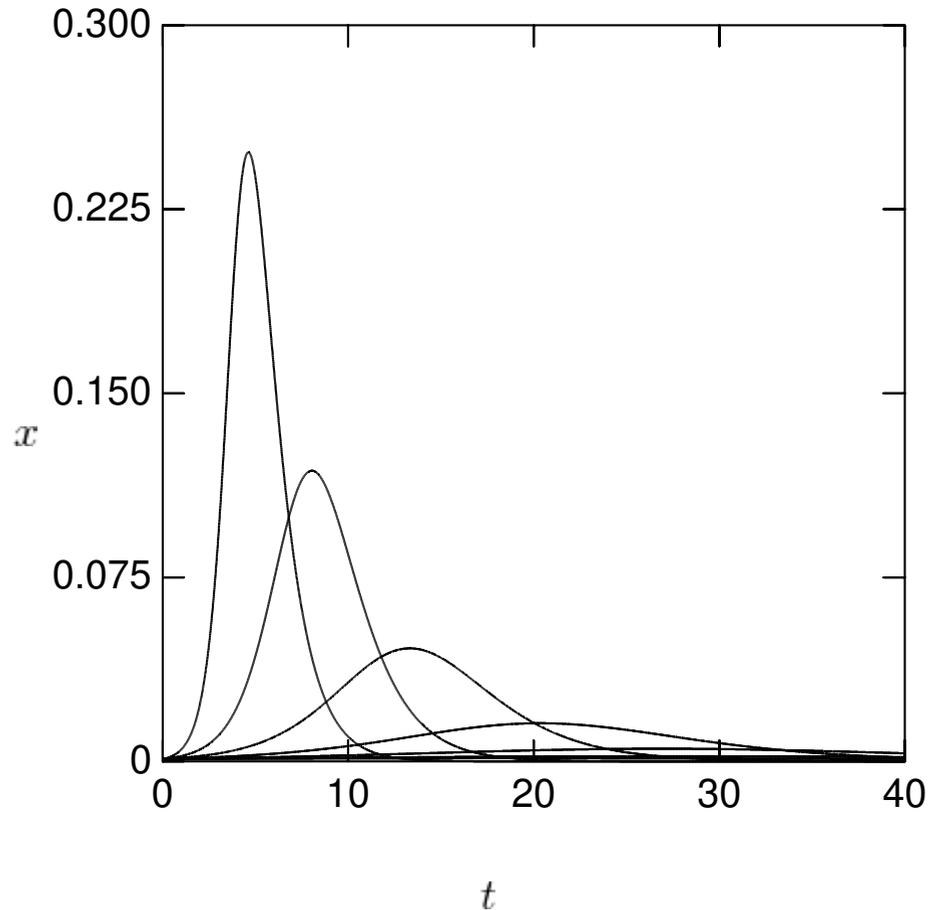
振舞いの例

感染者の割合 x の時間
変化。

R_0 : **1.025, 1.05, 1.1,**
1.2, 1.4, 1.8, 2.6.

$x_0 : 10^{-3}$

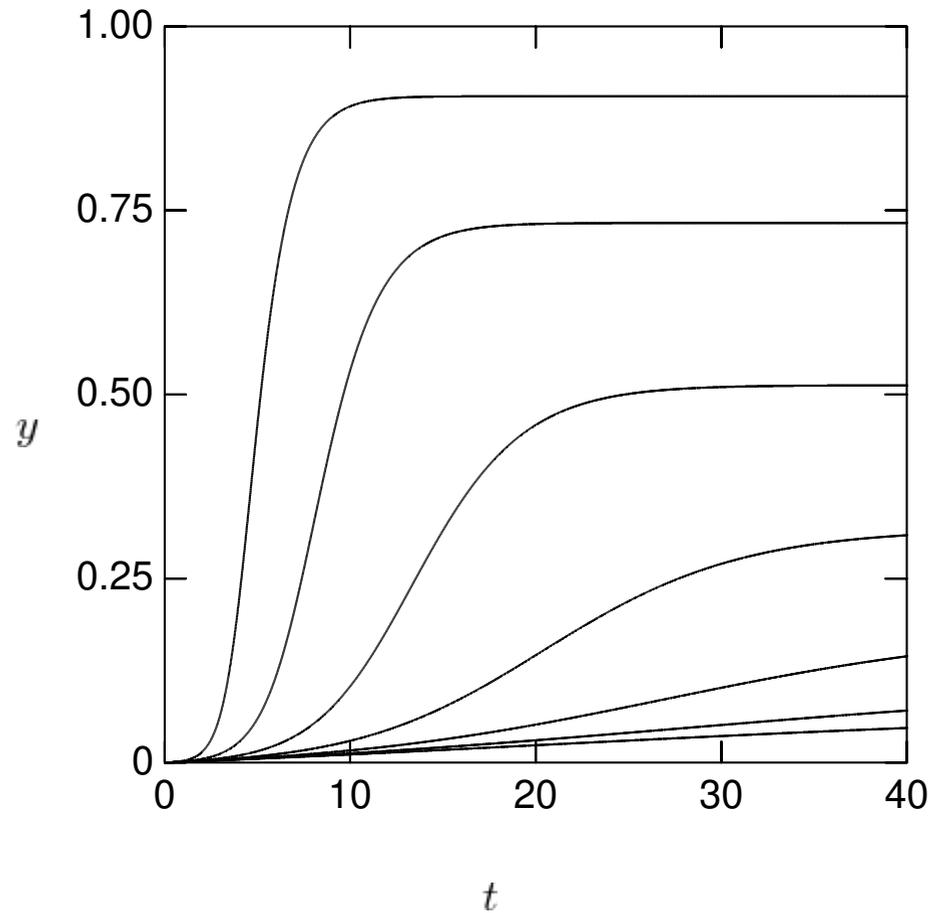
$R_0 \sim 1$ なら x はあまり
大きくなるらない。
それなら大丈夫か？(当
初そういう議論がみら
れた)



「回復者」の数

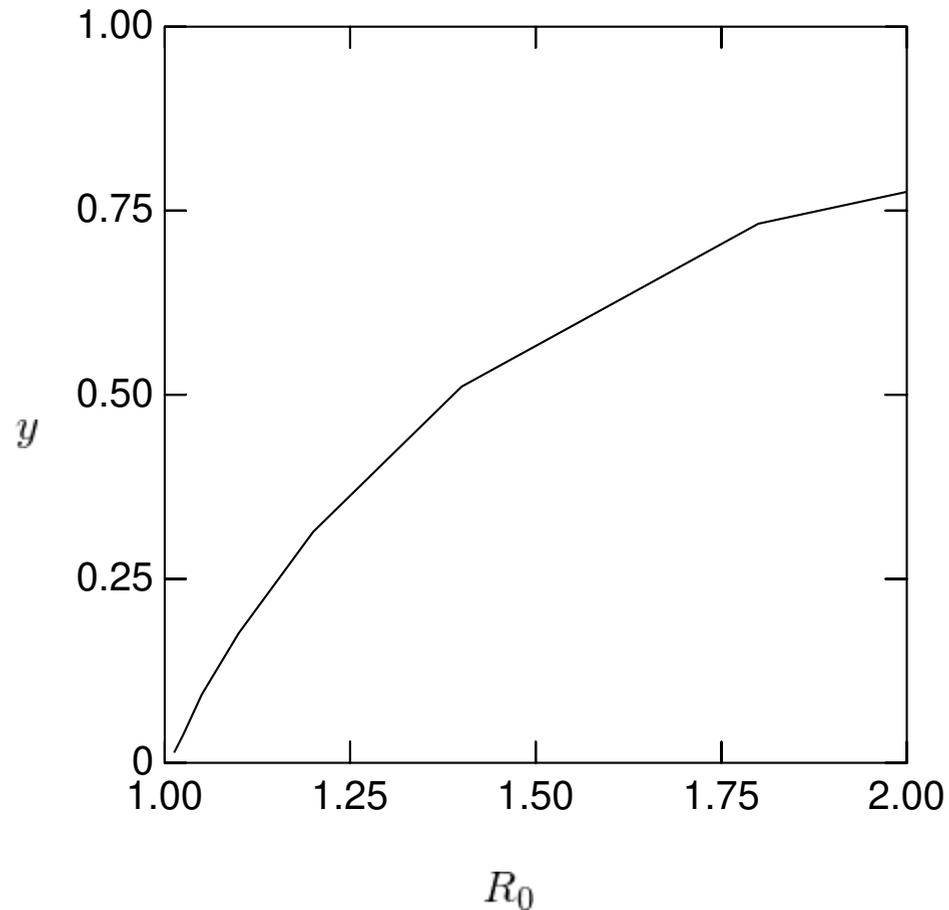
R_0 : 1.025, 1.05, 1.1, 1.2, 1.4, 1.8, 2.6.

$R_0 \sim 1$ でも、 y はそれほど小さくない。
この中の **1-10%** は死亡する。これは全人口に対する割合としてすごく大きい。



「回復者」と R_0

(R_0 が 1 に近いところ
では理論的には y は
 $R_0 - 1$ に比例のはず)
注意: y に死亡率を掛けた
ものが死者数。
死亡率は ~ 2% (年齢
で平均) とか。もっと
高いかも。



R_0 を 1 より小さくしなければならない

何が必要か？

問題: どうすれば $R_0 < 1$ が実現できるか？

中国: 大規模なロックダウン

韓国: 積極的な検査と、それほど極端ではない社会活動の制限？

感染者をある程度でも発見してそこかの伝搬をある程度でも抑えられれば R_0 は小さくなる。

それができているかというと、、、

我々は何かできるか？

- 社会全体としては $R_0 > 1$ でも、我々は「自分の」リスクを減らすことはできる。アウトブレイクが終わったあと、平均的には自分が感染しているリスクは y だが、感染者と接触する機会を減らすことで自分が感染している確率はそれに比例して小さくなる。外出しない、人が多いところに行かない、は有効。(マスクとか手を洗うとかもおそらく)
- もしもある程度多くの人が自分のリスクを下げれば、社会全体としての R_0 も小さくなり、アウトブレイクを止められるかもしれない。
- つまり、我々が個人として自分の身を守ることが、社会全体を危機から守ることに直結する。