宇宙惑星科学

牧野淳一郎

惑星学専攻

評価等

- 小テスト (初回はなし) (レポートはなし)

講義概要

1. ビッグバン宇宙論: **2** コマ分くらい
2. 天体形成 (主に銀河): **2** コマ分くらい
3. 星形成・進化、惑星形成: **3** コマ分くらい

講義の目的

- 惑星形成を、宇宙における階層的構造形成全体の中で理解する
- 同時に、惑星形成研究を天文学・天体物理学研究の中で位置付ける
- そのために宇宙の始まり、銀河等の天体形成、星形成、惑星形成の順にトップダウンで話を進める

ビッグバン宇宙論

- 宇宙論の歴史
- 現在の描像
- 残っている問題
  - インフレーション
  - ダークマター
  - ダークエネルギー

天体形成

- 大規模構造・重力不安定(ジーンズ不安定)
- 重力熱力学的不安定
- 円盤構造、軸対称不安定、スパイラルモード
- 銀河形成
- 銀河と太陽

星形成と惑星形成

- 星形成
  - 星形成を考えるいくつかの立場
  - 初代星
- 恒星進化
  - 星の一生
  - 中性子星・ブラックホール・重力波
- 惑星形成の標準ないし京都/林モデル
  - **minimum solar nebula model**
  - シナリオ紹介
  - 理論的問題
  - わかっていないこと

事務連絡

今日は講義のおわりに小テストをします。

断熱壁の中の理想気体

温度（熱エネルギー）が重力エネルギーよりもずっと大きい状態

これはもちろん重力がない時と変わらない

温度を段々下げていく（エネルギーを抜いていく）
↓
重力の効果が出てくる。

具体的には、中心の密度が上がって、壁のところが下がる。これは、重力と圧力勾配を釣り合わせるため。地球の大気が上にいくほど薄くなるのと同じ。

方程式と解析解

球対称な壁の中の、等温熱平衡なガスの方程式はこんなふう。

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{d\boldsymbol{M}} = -\frac{\boldsymbol{M}}{4\boldsymbol{\pi}\boldsymbol{r}^4}, \tag{1}$$

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{d\boldsymbol{M}} = \frac{1}{4\boldsymbol{\pi}\boldsymbol{r}^2\boldsymbol{\rho}}, \tag{2}$$

$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r})$ は半径 $\boldsymbol{r}$ の中の質量、$\boldsymbol{p}$ と $\boldsymbol{\rho}$ は圧力と密度、ここでは重力定数が 1 になるような単位系だとする。

方程式と解析解(続き)

座標系のとりかたが普通ではないが、恒星内部構造論では質量を座標にとる慣習がある。下の式は逆数とれば普通の式、上の式は

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{\rho M}{r^2} \tag{3}$$

で、圧力変化が重力と釣り合う、という式である。温度は、状態方程式

$$p = \rho T \tag{4}$$

方程式と解析解 (3)

- 一般の境界条件で解析解があるわけではないが、$\boldsymbol{\rho} \propto \boldsymbol{r}^{-2}$ の形の解はある。(代入すれば解であることがわかる)
- 壁をつけた人工的な条件ではこの解は存在できるが、「自己重力系」としては存在できない (質量が無限大になる)
- 中心で有限密度の解も、$\boldsymbol{r} \rightarrow \infty$ の極限では解析解に漸近する
- そういう、解の系列を考える。

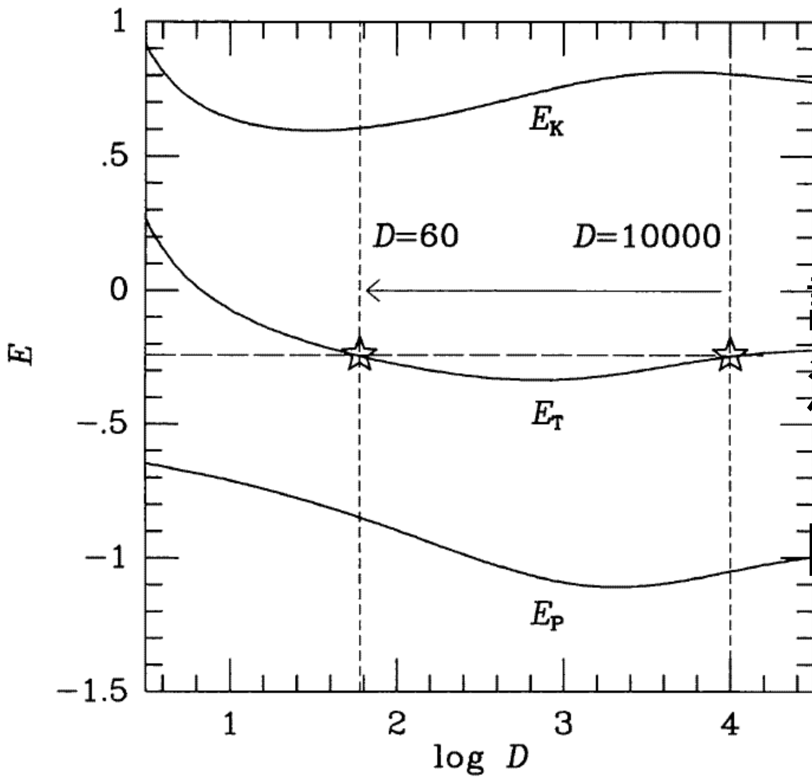
解の系列

- 物理的にしたいこと:あるる質量のガスをある半径の球形の壁にいれて、段々温度を下げていく。そうすると、重力の効果が大きくなってきて中心と壁の密度比 (**D** とする) が大きくなる
- 計算機でこの解を求めるには:中心で適当な密度から始めて、外側にむかって積分していく。任意のとこである **D** の解が求まる。これを、質量、半径を (例えば) **1** になるようにスケール変換して、温度もあわせる。

スケール変換

- 半径 r, 質量 m, 温度 t の解があったとする。$G = 1$ で考える。スケール変換では半径を $1/r$ 倍、質量を $1/m$ 倍するので、重力エネルギーは r/m^2 倍になる。
- 熱エネルギーを同じ比率でスケールすれば、圧力と重力がちゃんと釣り合う解になっているはずである (ビリアル定理からくる要請) ので、温度は t/m 倍すればいい (はず)
- 始めからエネルギーだけ与えて、壁の中にある、という境界条件を満たす解を求めようとするとどうすればいいかわからないが、スケール変換すれば求められる。

エネルギーの下限



計算してみるとどこまでも温度を下げられるわけではない。
図に結果を示す。これは横軸に中心と壁の密度の比、縦軸にエネルギーをとったもの

熱平衡状態

$\boldsymbol{D} = \mathbf{709}$ でエネルギーが最小になり、それ以上エネルギーが低い平衡状態はない。

さらに、エネルギーのほうから考えてみると、あるエネルギーに対してそれに対応する平衡状態が $\mathbf{2}$ つ以上あるところがある。

- もっとエネルギーが低い状態は？
- $\boldsymbol{D}$ が大きいところはいったいなにか？

密度比が限界より大きい状態

これは「熱力学的に不安定な平衡状態」になっている。

安定／不安定：ここでは「熱力学的」

温度が一様な平衡状態に、すこし温度差をつけてやる（熱エネルギーを移動してやる）

- もとに戻る：安定
- 戻らない：不安定

熱力学的安定性

普通の世の中のもの：戻るに決まっている。

熱をもらった方は温度が上がる。

とられたほうは温度が下がる。

熱い方から冷たい方に熱がながれるので、元に戻る。

ところが,,,、重力が効いているとそうなるとは限らない。

熱力学的不安定性

条件によっては以下のようなことが起こる

中心部から熱を奪う → 温度／圧力が下がる → 圧力を釣り合わせるために収縮 → 重力が強くなる → もっと収縮 → 結果として温度が上がる。

これが起きると、熱を奪われた方が温度が上がるので、ますます熱が流れだし、いっそう温度が上がるという循環にはいる。

これを、「重力熱力学的不安定性」という。

どうやって安定性を調べるか

「重力熱力学的不安定性」:

計算機によって安定性を調べることで初めて発見されたもの。

「計算機で安定性を調べる」というのはそもそもどういうことかという原理的な話をすこしだけしておく。

安定性解析の原理

ここで問題なのは適当な偏微分方程式（系）

$$\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{t}} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})) \tag{5}$$

ここで、 $\boldsymbol{A}$ は「汎関数」(関数に作用する「関数」)。具体的には、例えば普通の熱伝導なら $\boldsymbol{f}$ の空間 $\boldsymbol{2}$ 階微分。$\boldsymbol{f}$ は例えば温度。

の定常解 $\boldsymbol{f}_0(\boldsymbol{x})$ があったとする。

定義により $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{f}_0(\boldsymbol{x})) = \boldsymbol{0}$

少しずれた $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{f}_0 + \boldsymbol{df}$ 、$\boldsymbol{df}$ の方程式を作る。

線形化 (1)

df に何か入れればそれがどうなるかが計算できる

あらゆる可能な df について調べる？

そんなことがどうやってできるか？

これを可能にする方法が線形化して固有値問題にするということ。

線形化 (2)

仮定: $\boldsymbol{df}$ が $\boldsymbol{f}_0$ よりもずっと小さい

$\boldsymbol{df}$ について線形な式にできる。

線形:

$$\frac{\partial \boldsymbol{df}}{\partial \boldsymbol{t}} = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{df}(\boldsymbol{x})) \tag{6}$$

という形だったとして、$\boldsymbol{B}$ が線型とは

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{df}_1(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{\beta}\boldsymbol{df}_2(\boldsymbol{x})) = \boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{df}_1(\boldsymbol{x})) + \boldsymbol{\beta}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{df}_2(\boldsymbol{x})) \tag{7}$$

という性質を満たすということ。

線形化 (3)

もうちょっとわかりやすくいうと、

$\boldsymbol{df_1}$ が解なら $\boldsymbol{df_1}$ の定数倍も解

$\boldsymbol{df_1}, \boldsymbol{df_2}$ が解なら $\boldsymbol{df_1} + \boldsymbol{df_2}$ も解

ということ。

固有関数

このように線形な方程式には、固有値、固有関数というものがある。

固有関数は、

$$\boldsymbol{\lambda df} = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{df}) \tag{8}$$

の解。$\boldsymbol{\lambda}$ が固有値。

この時、時間発展が $\boldsymbol{df} = \boldsymbol{e^{\lambda t} df_0}$ の形に書ける。

一般には任意の関数が固有関数の重ね合わせで書けるので、これら固有関数だけを調べればいいことになる。

固有値と安定性

これの解（固有関数）は一般には無限個ある。

対応する固有値 $\boldsymbol{\lambda}$ も無限個ある。

「もっとも大きい固有値」から順に求めるような計算方法があるので、求まった最大の固有値が負（実数部分が）であれば安定ということになる。

もうちょっと具体的な計算法

まず f_0 自体が必要。

空間も細かい刻みにわけて、その各点での値を近似的に計算する。

出てくるのは連立方程式になる。これを計算機を使って解く。

f_0 が求まると、それを使って df についての方程式を具体的に書ける。

df についての方程式

これもやっぱり連立方程式になるが、線形であることから連立一次方程式になる。つまり行列でかける。

この行列の固有値、固有ベクトルを求めると、元の問題の固有値、固有関数の近似値になっている。

と、なんかややこしいが、計算機で安定性を調べるという時にはだいたいどんな分野でも同じようなことが出てくるので、ちょっと詳しく書いてみた。

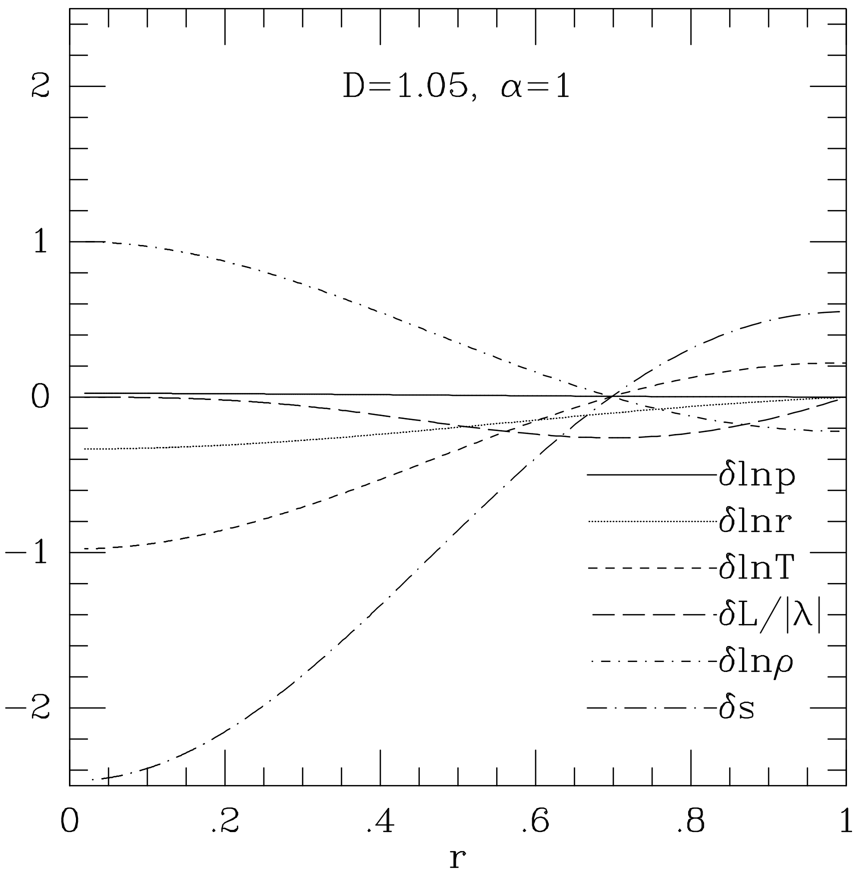
ジーンズ不安定の場合

先週扱ったジーンズ不安定は計算機とかつかわないで答がでた。何故？

- 平衡状態の解に「無限一様」をもってきた
- そうすると、線型摂動に対する偏微分方程式が定数係数になる。
- 変数分離で解ける。「全ての」固有値が解析的にもとまる。

「無限一様」とか「正方形」とか「一様球」とか以外が計算できるようになったのは電子計算機の発達以降。

安定な場合, $\boldsymbol{D = 1.05}$

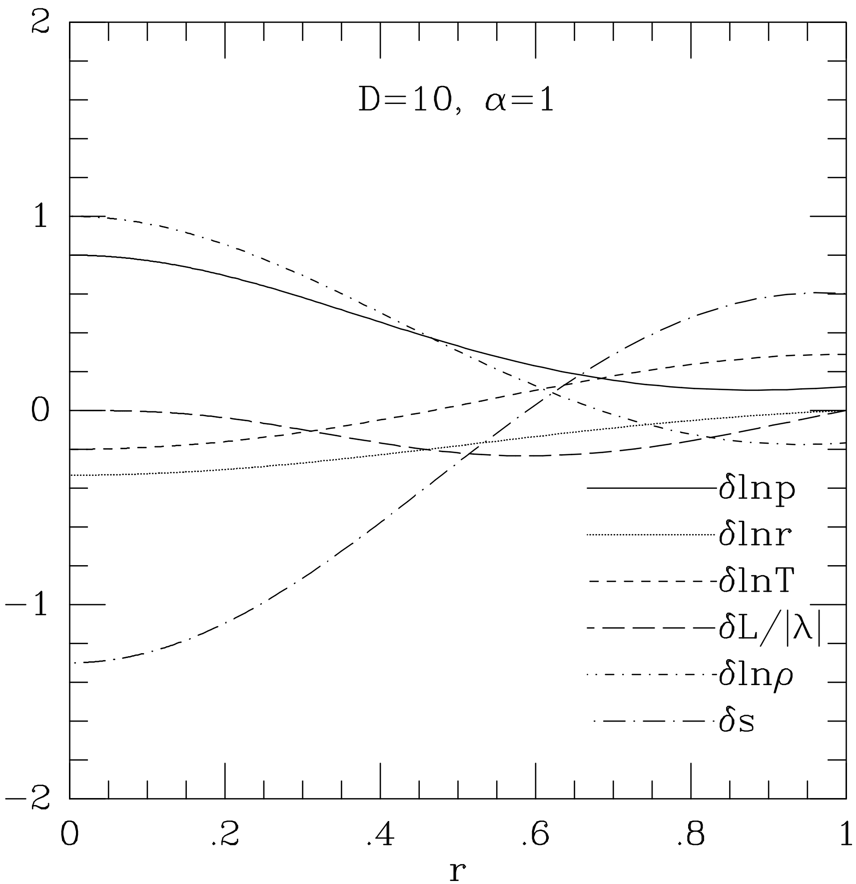


$\boldsymbol{\lambda}$**:** 固有値

- 圧力は変化しない
- エントロピーと温度が比例

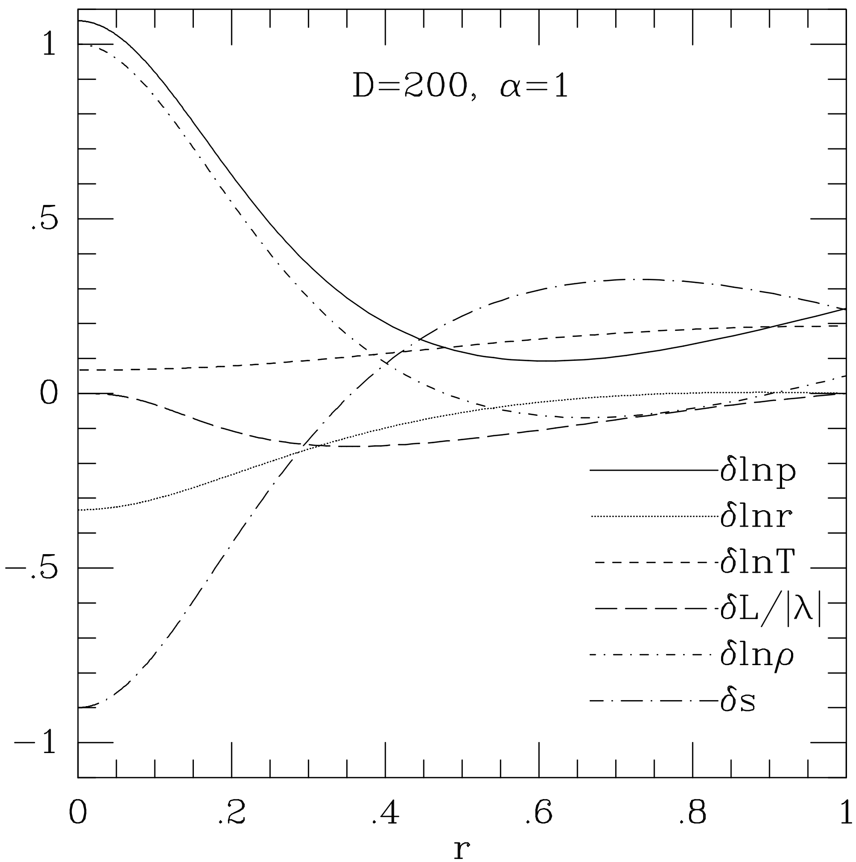
要するに、普通の断熱容器のなかのガス。

安定な場合(2), $D = 10$



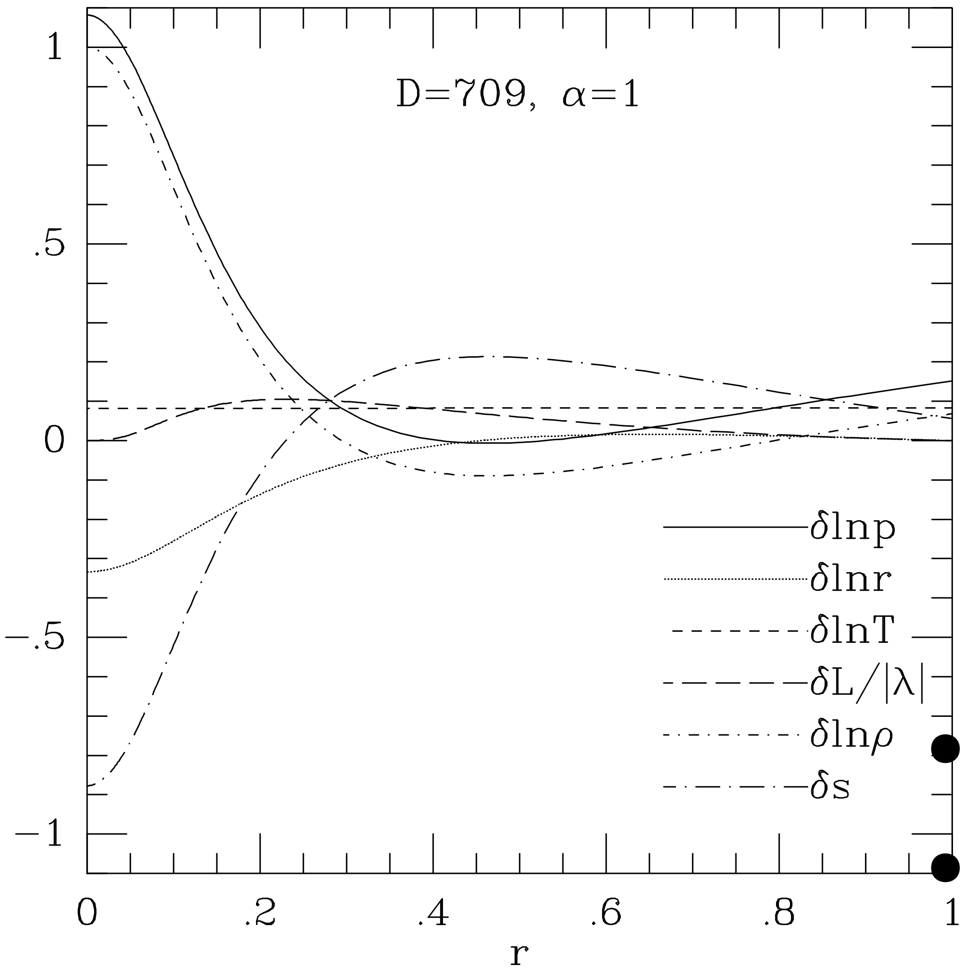
- 中心で圧力が上がる
- 温度は断熱変化の影響も受けるので、エントロピーとずれる

安定な場合(3), $D = 100$



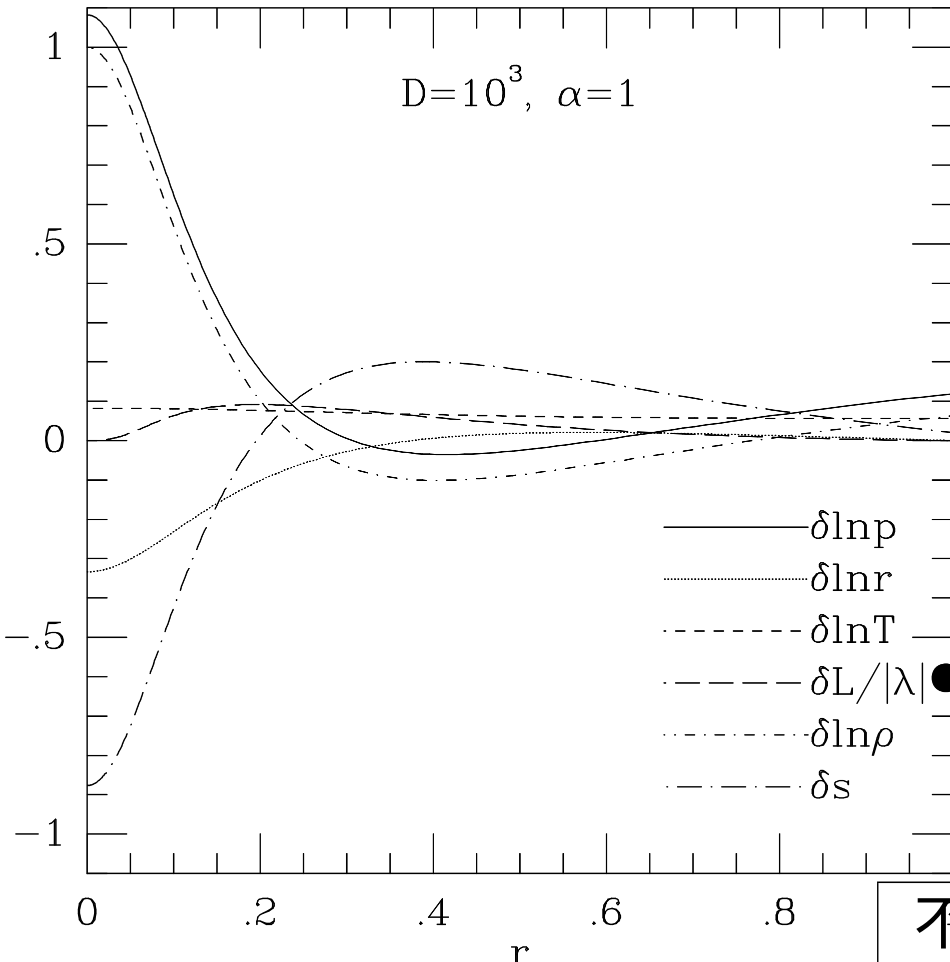
- 中心で温度も上がる
- 温度勾配はエントロピー変化を減らす向き（この場合中心の方が低温）
- 熱力学的には安定

中立安定, $\boldsymbol{D = 709}$



- 温度勾配ができない
- したがって、摂動がもとに戻らない

不安定, $D = 1000$



- 中心のほうが温度上昇が大きい

不安定になっている

重力熱力学的不安定性

というわけで、線形解析の結果：

断熱壁をつけて等温の平衡状態を作っても、重力が効いていると熱力学的に不安定

「重力熱力学的不安定性」 **gravothermal instability** という名前がついている。

発見： **V. Antnov (1961)**

上のような安定性の明確な定式化: **Hachisu & Sugimoto (1978)**

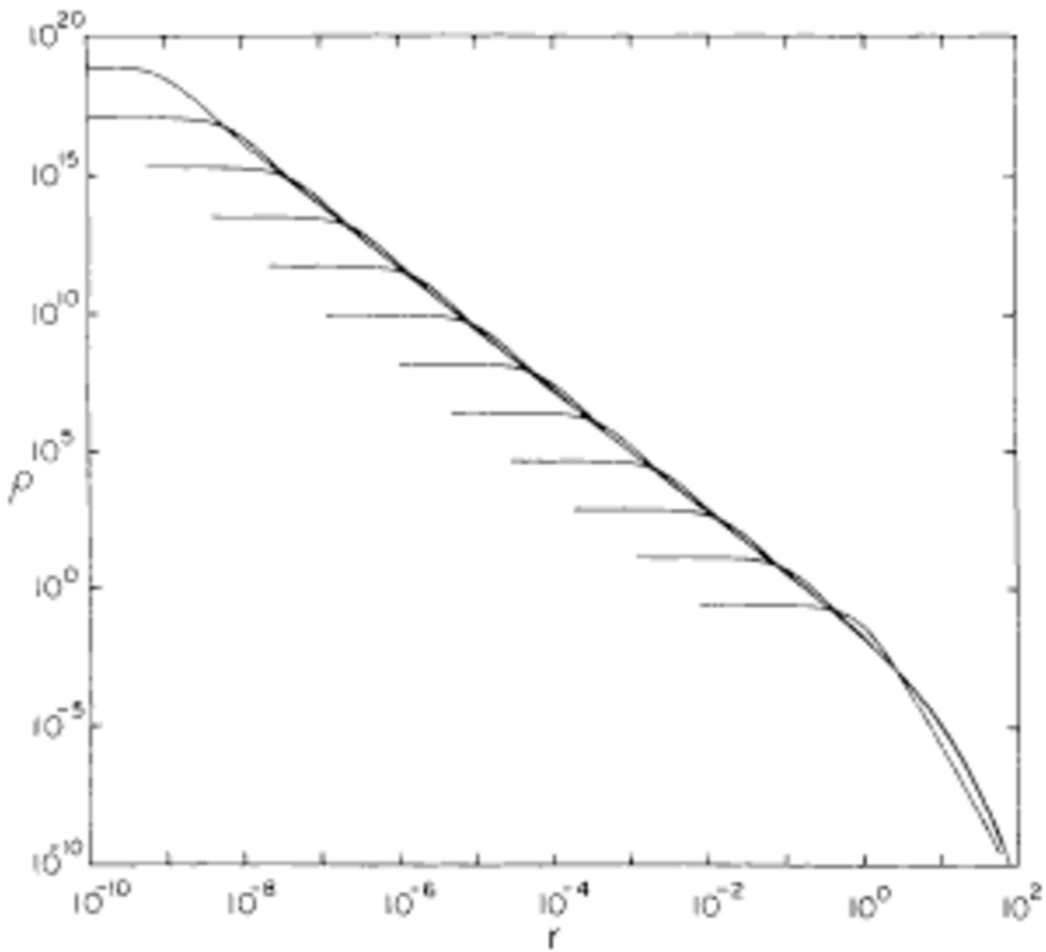
もっと先の進化

摂動が有限振幅まで成長したあとの進化：数値計算で調べる。

Hachisu *et al.* **(1978)**： 自己重力流体について数値計算した。

Cohn (1980): 流体近似を使わない軌道平均フォッカー・プランク方程式の数値積分から、自己相似解が実現していることを示した。

自己相似解



10^{20}
10^{15}
10^{10}
10^{5}
10^{0}
10^{-5}
10^{-10}
ρ
10^{-10}
10^{-8}
10^{-6}
10^{-4}
10^{-2}
10^{0}
10^{2}
r

最終状態？

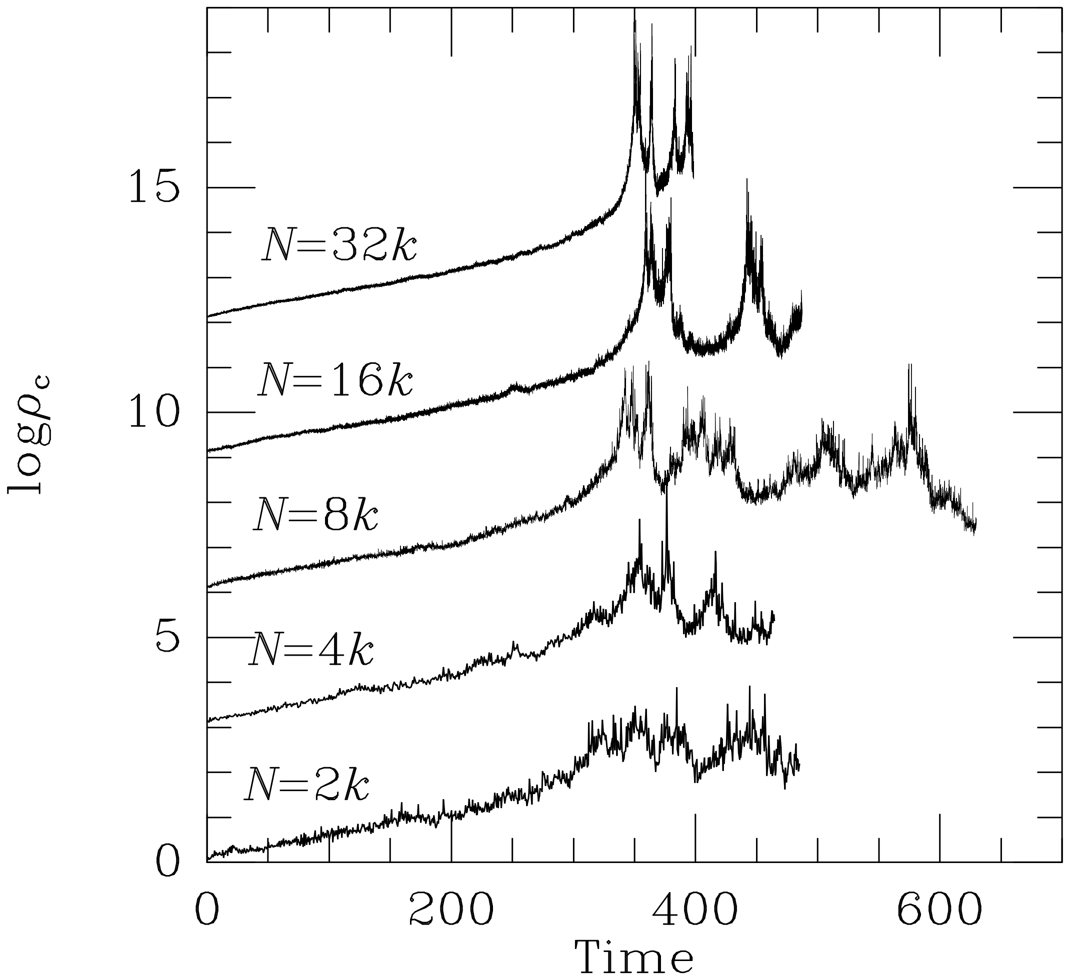
中心部の密度が非常に上がってくると、、

- 星同士の近接遭遇
- 3 星が同時に近付く

連星ができる。これは「エネルギー放出反応」（核融合と同じ）

これにより、今度は中心部が膨張を始めると理論的には予測されている（重力熱力学的振動）

重力熱力学的振動



球状星団の中心部ではこのようなことが起こっている可能性が高い。

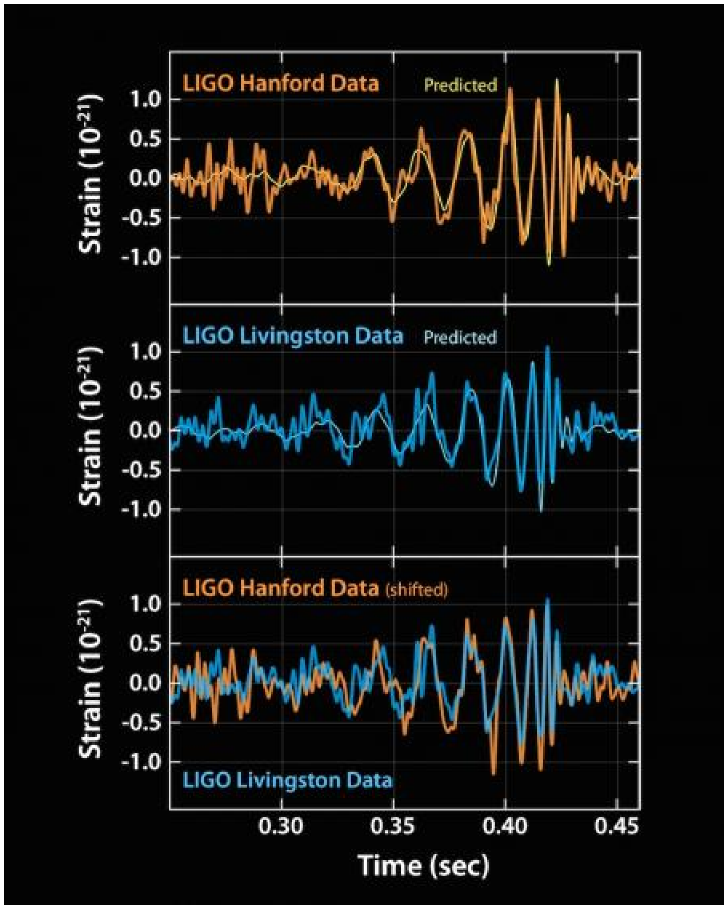
球状星団中心の天文学的意義

- 多数の連星が形成される。
- 熱力学的進化: 重い星は星団中心に沈む
- ブラックホールや中性子星の連星が多数形成される場所である可能性
- 低質量 X 線連星やミリ秒パルサーは実際に多数見つかっている
- 重力波も検出されたのでこれから注目される？

重力波初観測

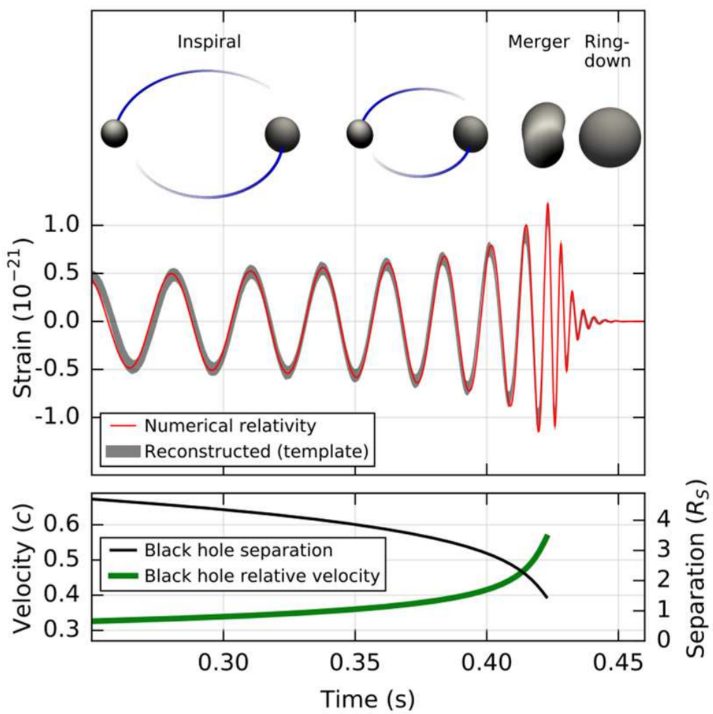
- 去年の **2** 月 **11** 日 **10:30** (東海岸時間) **LIGO** グループ発表
  "We have detected gravitational waves. We did it!"
- どこにあるどういう天体だったか
  - **13** 億光年先
  - 太陽質量の **36** 倍のブラックホールと **29** 倍のブラックホールが合体、**62** 倍のブラックホールになった (**3** 太陽質量が重力波のエネルギーになった)

検出された波形



横軸: 時間
縦軸: 歪み (「空間の歪み」)
最大振幅: 10^{-21}
3000km 離れた 2 つの測定器 (基線 4km のマイケルソン・モーレー干渉計) で同じ波形観測

LIGO が捉えたもの



Inspiral: 合体直前、重力波放出によって軌道が近付き、周期が短く、振幅が大きくなる
合体の瞬間: 大振幅、高周波数の波
リングダウン: **1** 個のブラックホールになってからの時空の振動

シミュレーションで予測されていたものと非常に良く一致:
逆に合計の質量・質量比、距離を決められる

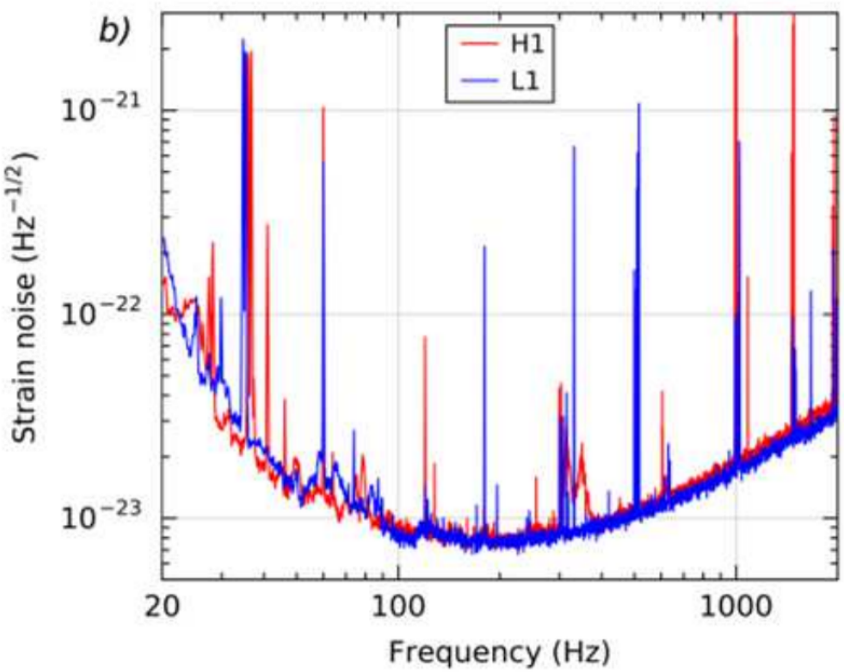
重力波検出の意義と今後の研究の方向

- 本当に重力波が世界で初めて検出された
  - 一般相対性理論が本当にそこまで正しいことの完全な証明 (線型の範囲で正しい代替理論はすべて否定されたといっていい)
  - より精密な重力理論、ブラックホールの性質の研究への道 (スピン、電荷の影響他)
- **36** 太陽質量と **29** 太陽質量のブラックホール同士の合体だった
  - 全く予想外
  - 見つかると思っていた/見つけようとしていたもの:
連星中性子星の合体

何故予想外だったか？

- 中性子星は多数見つかっている。超新星爆発の後に普通にできる (かに星雲パルサー: **1054** 年の超新星爆発でできた)。球状星団 **1** つだけでその中に数十から数百個ある。
- 中性子星連星もいくつかは見つかっている。(連星パルサー)
- ブラックホールは **10** 太陽質量を確実に超えるものは見つかっていなかった。ブラックホール連星はもちろん見つかっていない。
- なお、**100** 万太陽質量を超える大きなブラックホールは多数見つかっている。これらは銀河中心にある。我々の太陽系の中心:**400** 万太陽質量のブラックホール。

とはいえ理論的には、、、



LIGO の感度: **100Hz** あたりで最も高い
今回のイベントはちょうどその辺
イベントの重力波強度: 距離が同じなら質量に比例。

宇宙の体積あたりのイベントレートが同じなら、(感度が落ちない範囲で) 重いものは質量の **3** 乗に比例して検出レート上がる。ブラックホール合体が多いわけではない。中性子星合体の **1/1000** より多い、という程度。

170817 のイベントで、めでたく中性子星 (少なくとも一方は) の合体が観測された。重力波だけでなく、ガンマ線、光、電波等でも。

これから期待されること

- 非常に沢山のイベントが検出される。特に **LIGO** の感度があがると増える。
- 観測される質量の上限: **100-200** 太陽質量。そこから上は **LIGO** は感度がない。
- 中性子星合体もそこそこの数検出されるはず

つまり: **(200** 太陽質量以下に限ると**)** 宇宙のどこでいつどういう質量のブラックホールや中性子星が合体したか、が大体わかる。

言い換えると:

メカニズムも距離も謎なガンマ線バーストや、**Kepler** 衛星まで数が少なかった系外惑星に比べると、突然膨大な観測情報がやってくる。

恒星円盤、スパイラル構造

ここからは円盤状の系を扱う。銀河円盤、原始惑星系円盤等で同じメカニズムが現れる。

円盤状の系の例

円盤に近い恒星 (とは限らない) 系の代表的な例は以下のものである

- 円盤銀河の円盤
- 原始惑星系円盤
- 惑星の周りのリング

これらは、円盤である、ということについては同じであり、物理プロセスにも共通の部分が多い。

そもそもなぜ円盤になるか？

- 自己重力的なガス雲を考える。
- 基本的は輻射でどんどん冷える＝エネルギーを失う。
- もしも自分が球対称で周りから力も受けてなければ、そのまま $\mathbf{1}$ 点に集まれるが、実際には自分が球対称ではなく、周りの構造も一様ではないので、トルクをうける。このため、角運動量がゼロにはならない。
- エネルギーは輻射でどんどん抜けて収縮するが、角運動量はなかなかそうはいかないので、最終的には回転による遠心力と重力がつりあう

円盤銀河はこういう説明がもっともらしいが、惑星系とかだとではほとんどの質量は星にいくのは何故か？というのはそれほど自明ではない。

ではみんな同じか？

色々違う。

- 円盤の質量
- 重力ポテンシャルの形
- 円盤の粒子が物理的に衝突するかどうか

質量の違い

- 銀河円盤は重い、つまり、ダークマターハローやバルジの質量と、円盤の質量は同程度。自己重力の効果が大
- 惑星リング: 土星リングでもその質量は土星本体の $\mathbf{10^{-9}}$ 程度
- 原始惑星系円盤では、太陽の質量の $\mathbf{1\%}$ 以下

質量の違いは、不安定モードやパターンの大きさに違いをもたらす。

重力ポテンシャルの違い

- 銀河円盤では円盤自身やダークマターハローが作るポテンシャルになって単純なケプラーポテンシャルではない: 軌道が閉じた楕円軌道ではない
- リング、惑星系では基本的には中心星のケプラーポテンシャル、軌道は閉じた楕円軌道

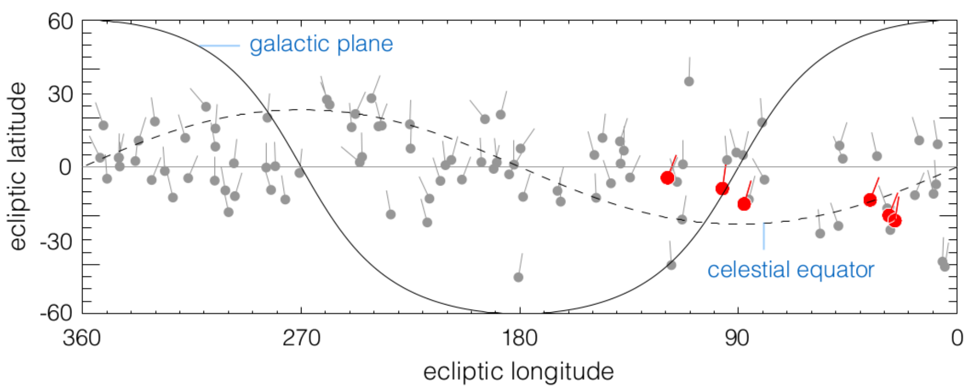
閉じた軌道の場合には平均運動共鳴や永年摂動の役割が閉じない場合よりもはるかに大きくなり、ケプラー軌道であることに固有の様々な現象が起きる。

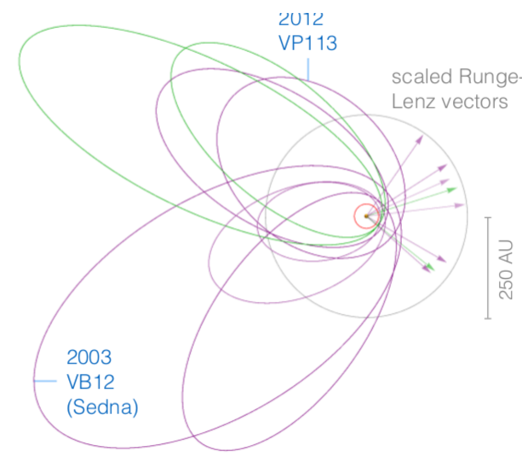
平均運動共鳴・永年摂動

- 平均運動共鳴
  - **2** つの惑星の軌道周期の比が整数の時に起こる。多くの場合惑星をトラップする効果
  - 海王星と冥王星の **2:3** 共鳴: 軌道は交差しているがぶつからないように回る
- 永年摂動
  - 共鳴関係になくても起こる効果。惑星を、軌道の形のリングに置き換えて、それからの重力の効果、ともいえる。
  - 惑星軌道は近点が止まっていたりゆっくり動く楕円なので、一般のポテンシャルとは違って複雑な永年摂動が働く。

永年摂動

「第９惑星」という話も理論はこれに基づいている





衝突の効果

- 惑星リングでは典型的には 1 つの粒子は軌道周期程度の時間で他の粒子と衝突
- 原始惑星系では、重力相互作用とと衝突・合体の双方が重要になる。またガス円盤も重要
- 銀河円盤: 恒星同士は衝突しない。重力による散乱の効果のみ。

この講義では、理論としては安定性を扱う。衝突が十分に効くなら流体と考えられるし、そうでなければ恒星系 (6 次元位相空間での分布関数) としては扱う。

非軸対称モードの安定性は理論的・解析的にはほとんど手がでないので、軸対称モード (リングに分裂するモード) を扱う

軸対称モードの安定性

式の誘導は結構大変なので、まず流体の場合に結果だけ書く。$\boldsymbol{k}$ を半径方向の波数、$\boldsymbol{\omega}$ を時間方向の角振動数、$\boldsymbol{v_s}$ を音速、$\boldsymbol{\Sigma}$ を面密度、$\boldsymbol{\kappa}$ をエピサイクル角振動数として、分散関係が

$$\boldsymbol{\omega^2 = \kappa^2 - 2\pi G \Sigma |k| + v_s^2 k^2} \tag{9}$$

で与えられることがわかっている。

エピサイクル角振動数:与えられた円盤ポテンシャル上での粒子の運動の、半径方向の振動の角振動数

エピサイクル振動数の計算

今、ポテンシャルが中心からの距離 $\boldsymbol{R}$ の関数として $\boldsymbol{\Phi(R)}$ で与えると、有効ポテンシャルは

$$\boldsymbol{\Phi_{eff} = \Phi + \frac{L_z^2}{2R^2}} \tag{10}$$

である。$\boldsymbol{R}$ 方向の運動方程式は

$$\boldsymbol{\frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{d\Phi_{eff}}{dR}} \tag{11}$$

で、これを円軌道の周りに展開して、 $\boldsymbol{R = R_0 + x}$ とすると

$$\boldsymbol{\frac{d^2x}{dt^2} = -\kappa^2 x} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{\kappa^2 = \frac{d^2\Phi}{dR^2} + \frac{3}{R_0}\frac{d\Phi}{dR}} \tag{13}$$

もうちょっと変形

$\boldsymbol{\kappa}$ を円軌道自体の角振動数 $\boldsymbol{\Omega}$ で書き直す

$$\boldsymbol{\Omega^2 = \frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dR}} \tag{14}$$

なので、

$$\boldsymbol{\kappa^2 = R_0\frac{d\Omega^2}{dR} + 4\Omega^2} \tag{15}$$

となる。$\boldsymbol{\kappa}$ はケプラー軌道の時に $\boldsymbol{\Omega}$ に等しく、調和ポテンシャルの時に $\boldsymbol{2\Omega}$ に等しいので、普通の銀河円盤等のポテンシャルでは

$$\boldsymbol{\Omega < \kappa < 2\Omega} \tag{16}$$

となる。

分散関係の意味

式 (9) の意味を考える。まず、ジーンズ不安定の式と並べてみる。ジーンズ不安定の分散関係は

$$\boldsymbol{\omega^2 = v_s^2 k^2 - 4\pi G\rho_0} \tag{17}$$

でった。これと、円盤の軸対称モードの式を比べると、

$$\boldsymbol{\omega^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma|k| + v_s^2 k^2} \tag{18}$$

ジーンズ方程式との比較

- 音速に関係する項 $\boldsymbol{v_s^2 k^2}$ は普通の波動方程式になる項で、どちらでも同じ形
- 重力の項は、ジーンズ不安定では $-\boldsymbol{4\pi G\rho_0}$ だったのが、円盤では $-\boldsymbol{2\pi G\Sigma|k|}$ とここにも波数がはいってくる。
  - ジーンズ不安定では重力は3次元的に無限一様に広がったもの同士＝ポテンシャルは距離に比例
  - 円盤では重力は2次元的なので対数ポテンシャルになり、距離が近いほうが強い、
- $\boldsymbol{\kappa^2}$ の項は、元々の重力ポテンシャル上のエピサイクル運動の効果

温度 $\mathbf{0}$ の極限

$\boldsymbol{v_s = 0}$ の極限、つまり、温度 $\mathbf{0}$ の極限では

$$\boldsymbol{k_{crit} = \frac{\kappa^2}{2\pi G\Sigma}; \quad \lambda_{crit} = \frac{2\pi}{k_{crit}} = \frac{4\pi^2 G\Sigma}{\kappa^2}} \tag{19}$$

という臨界波数と臨界波長があって、これより高い波数 (短い波長) は不安定

ジーンズ不安定との違い:

- エピサイクル運動が重力を抑える効果になる
- 重力が $\mathbf{2}$ 次元的で距離が近いと強くなるために、波長が短いと不安定で、成長速度も波長が短いほど大きい

有限温度の場合

あらゆる波数 $\boldsymbol{k}$ に対して振動数 $\boldsymbol{\omega}$ が実数であるためには

$$\boldsymbol{\kappa}^2 - \mathbf{2}\boldsymbol{\pi G \Sigma}|\boldsymbol{k}| + \boldsymbol{v}_s^2\boldsymbol{k}^2 \geqslant \mathbf{0} \tag{20}$$

であればよく、このためには

$$\frac{\boldsymbol{v_s \kappa}}{\boldsymbol{\pi G \Sigma}} > \mathbf{1} \tag{21}$$

であればよい。

$$\boldsymbol{Q} = \frac{\boldsymbol{v_s \kappa}}{\boldsymbol{\pi G \Sigma}} \tag{22}$$

のことを **Toomre** の **Q** 値と呼ぶ。

恒星円盤の場合

(流体との違いは、星同士が衝突するかどうか)

同じような分散関係から安定性限界を導くことができる

$$\boldsymbol{Q = \frac{\sigma_R \kappa}{3.36 G \Sigma} > 1} \tag{23}$$

ここで $\boldsymbol{\sigma_R}$ は半径方向の速度分散である。ジーンズ不安定の場合と違って、係数が流体の場合と微妙に違う ($\boldsymbol{\pi}$ と $\mathbf{3.36}$)。

「現実の」円盤

ここまでの解析の仮定:

- ディスクが無限に薄い
- 重力場や回転の影響はローカルなポテンシャルの微分だけで書ける

従って、「波長が半径 R に比べて十分小さく、なおかつディスクの厚さに比べて十分長い」場合しか正しくない。

ついてのみ適用できる。

ディスクが厚さをもっている場合

- 十分短い波長では重力が $\boldsymbol{3}$ 次元的になって普通のジーンズ不安定の表式になる
- 問題は、$\boldsymbol{\lambda_{crit}}$ とディスクの厚さの関係

$$\boldsymbol{\lambda_{crit}} = \frac{\boldsymbol{4\pi^2 G\Sigma}}{\boldsymbol{\kappa^2}} \tag{24}$$

なので、系のトータルの質量。半径、重力定数を $\boldsymbol{1}$ 程度に規格化した単位系を考えると $\boldsymbol{\lambda_{crit}}$ はほぼ $\boldsymbol{\Sigma}$ だけで決まる ($\boldsymbol{\kappa}$ も $\boldsymbol{1}$ 前後になるため)。原始惑星系円盤や惑星リングのような、 $\boldsymbol{\Sigma}$ が非常に小さい場合には $\boldsymbol{\lambda_{crit}}$ も系のサイズに比べて非常に小さくなる。

現実のディスク

- 原始惑星系円盤や惑星リングは非常に冷たくなければ安定である。
- 惑星リングの場合には実際に非常に冷たく、このために非常に小さなスケールで多様な構造が現れることが最近ではカッシーニ等の観測で明らかになっている。
- 原始惑星系円盤の場合には、円盤ガスは安定というのが京都モデル。但し観測的にはリングやスパイラルがどんどん見つかってきている。
- 円盤銀河の場合には、面密度は $\mathbf{1}$ まではいかないにしても $\mathbf{0.1}$ より大きい程度になり、このために $\boldsymbol{\lambda}_{crit}$ は結構大きい。このため、普通の恒星円盤では厚さは臨界波長より小さく、 $\mathbf{Q}$ 値がそれなりに安定性を表す

スパイラルモードの場合

- 現状の系外銀河や原始惑星系円盤では結構色々なスパイラル構造が見つかっている
- でも、解析的に計算できるのは「**tight winding** 近似」くらい
- なので、その話のあと、数値計算ベースの話を少しする

tight-winding 近似

tight winding の近似:要するに、ピッチアングル (スパイラルアームと円の回転方向のなす角度) が小さい＝大体軸対称と同じようにあつかえる

m 本腕モードの分散関係は

$$(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{m\Omega})^2 = \boldsymbol{\kappa}^2 - \boldsymbol{2\pi G\Sigma}|\boldsymbol{k}| + \boldsymbol{v}_s^2\boldsymbol{k}^2 \qquad (25)$$

と書ける

tight-winding 近似

- 安定・不安定の条件は $\boldsymbol{m = 0}$ のモードと全く同じ
- 不安定な時には実部に $\boldsymbol{m\Omega}$ が入る
- 不安定モードはラグランジュ的に回転にくっついて成長する

これは、 **tight-winding** 近似してさらに半径方向に対して波長が短いという近似もしたので、 $\boldsymbol{\Omega}$ の半径依存性もどこかで落として解析したような話になっている。

グローバルなスパイラルモード

M101 銀河。スピッツアー衛星での赤外線画像

実際の銀河では、全く **tight-winding** も局所近似も成り立たないような大きなスケールでのスパイラル構造が見つかっている。
中間赤外で見える低温のガスは複雑な構造をもつ
大きなスケールでのスパイラルアームがあるように見える。

多くの銀河についてそういう構造があるように見える。

グローバルなスパイラルモードの理論的困難

- そのような構造を定常的に維持するメカニズムはなにか
- そもそもそのようなメカニズムはあるのか

は依然未解決の問題。

- 不安定モードは基本的にローカルな角速度で回転するため、半径方向に広がったモードはどうしても差動回転の効果で時間がたつと巻き込んでしまう (巻き込みの困難)
- ある形をもったスパイラルアームが時間的に成長したり、定常状態になったりしてくれない

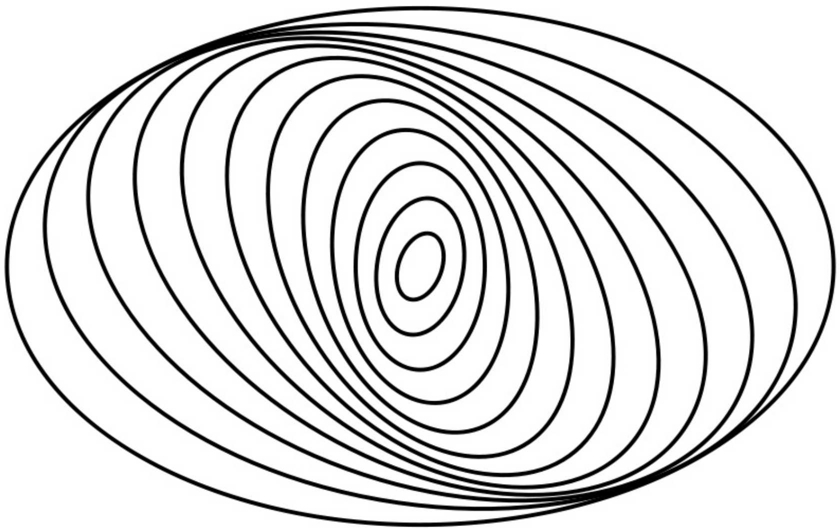
巻き込みの問題の回避(？)

これまで唱えられていた理論は例えば以下のようなものがある

1. 定常密度波理論(いわゆる **Lin-Shu** 理論)。これは、大雑把にはスパイラルアームは実体ではなく、「密度波」だというもの
2. 非定常理論。これは要するに、アームは次々にできたり消えたりするものである、というものである。

定常密度波理論

これは、大雑把にはスパイラルアームは実体ではなく、



こんな感じにうまいこと軌道がずれていくことでできる見かけのパターンであるとするものである。エピサイクル周期も半径に依存するし、なぜ同じ半径では大体位相がそろうのかとか、うまいことスパイラルパターンがでるようにその位相が半径によってずれるのかとかは良くわからない。

定常密度波理論

これで全くなにも説明できないというわけではない。アームはともかくポテンシャルが実際に非軸対称の時に、このようなパターンは確かにできる

- 棒渦巻銀河
- 相互作用銀河

但し、棒渦巻銀河の詳細なシミュレーションでは、アームはバーの先端からでているが時間変化は結構する (定常ではない) ということもわかってきた。

非定常理論

- 要するに、アームは次々にできたり消えたりするものである、という考え
- 。**1970** 年代から **1980** 年代にかけて、ディスク構造の 多体計算は盛んに行われた。
- れらの計算では、 **Q** 値が **1** より少し大きい、軸対称モードに対しては安定なはずのディスクから計算を始めると、かなり強いスパイラル構造が数回転で成長する。しかし、数十回転までいかないうちに **Q** 値が大きくなり、そのような構造は消える。

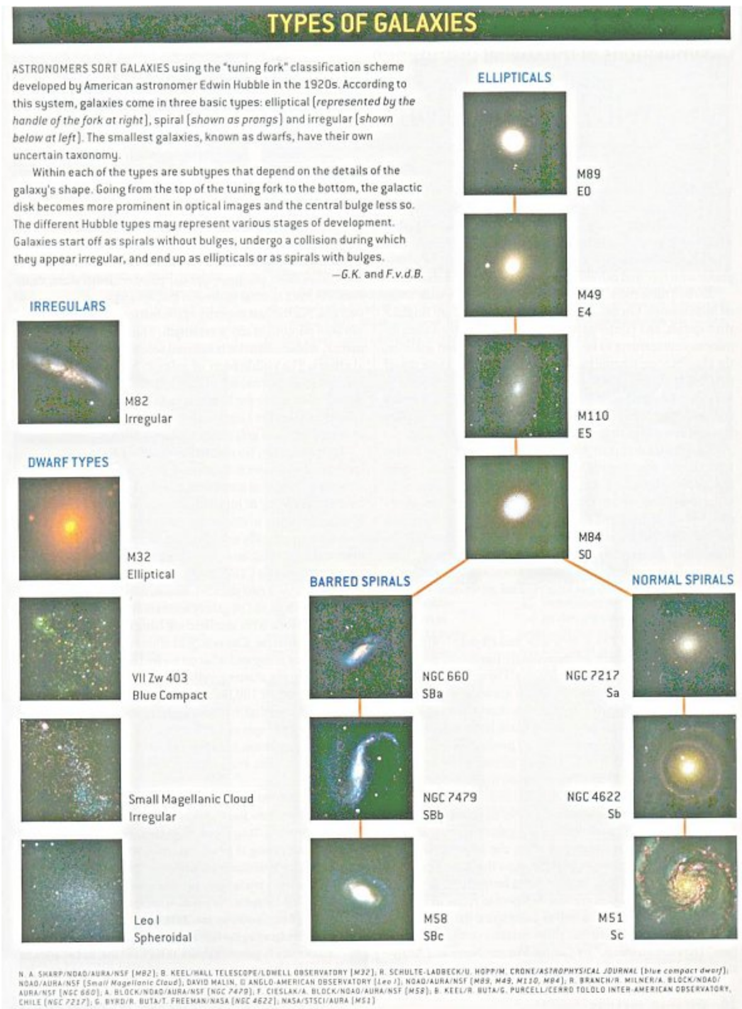
非定常理論

- 実際の銀河では、ガスが放射冷却で温度を下げることができるので、ガスがあるうちは **Q** 値がある程度小さくたもたれていると考えることができ、このために常に不安定性により新しいアームが作られている、と考える。
- **90** 年代以降この辺はあまり研究されていなかった
- 最近の大粒子数での数値計算 **(Fujii et al, 2011)** では、初期の **Q** の値や粒子数によっては、ガスによる冷却効果がなくても非常に長い時間にわたって非定常なスパイラル構造が見える、ということがわかってきた。

バーとバー不安定

- 上でみたように、スパイラル構造についてはそれを定常的に維持するメカニズムが何か、そもそもそんなものがあるのか、ということが良くわかっていない。
- しかし、グローバルな非軸対称モードとしてはスパイラルの他にバー不安定があり、これについては非線型領域で定常なバー構造が存在できることは古くからわかっている。
- $\mathbf{Q}$ 値的には安定なディスクであっても、ディスクだけでダークマターハローやバルジがないと必ずバー不安定を起こす、ということが $\mathbf{1970}$ 年代から知られている。但し、グローバルモードであることから安定性条件等が単純な形で得られているわけではない。

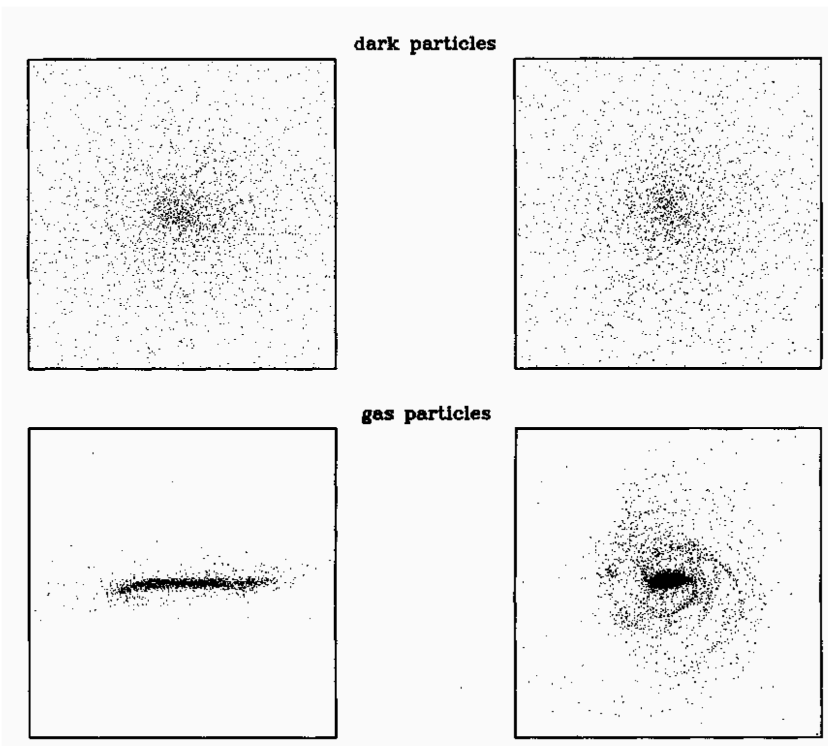
銀河形成シミュレーション



基本的な考え方:

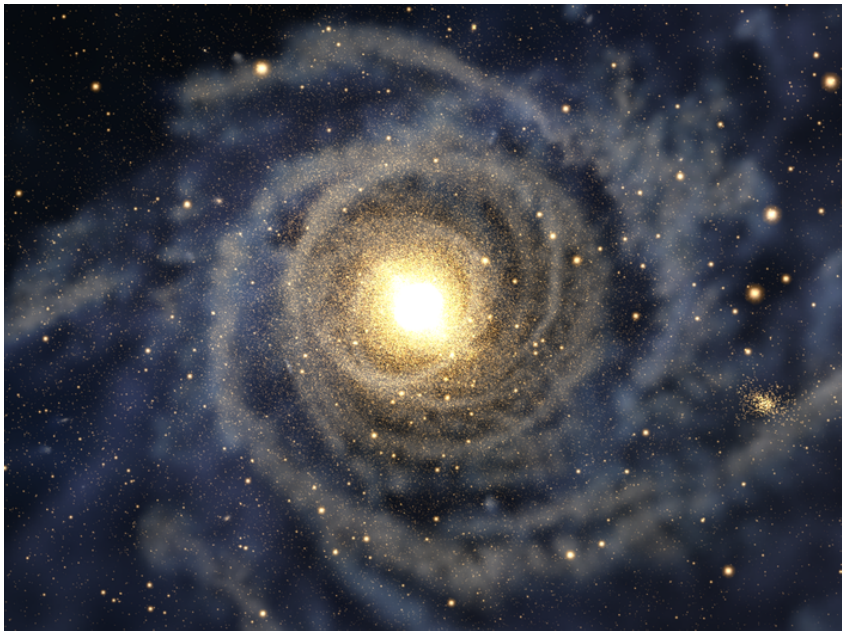
- 初期条件からの、銀河の「まるごと」シミュレーション
- 銀河の多様性の起源を理解したい

Katz and Gunn 1992



- ダークマター+ガス+星
- 1万粒子くらい、 Cray YMP で1000時間くらいの計算
- 1粒子の質量: 1000万 太陽質量くらい

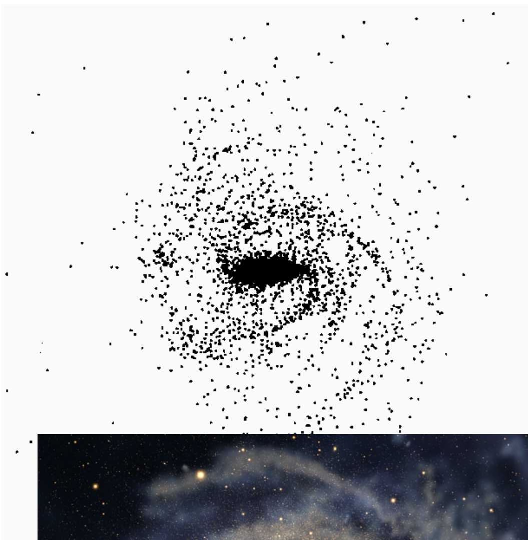
Saitoh et al. 2005

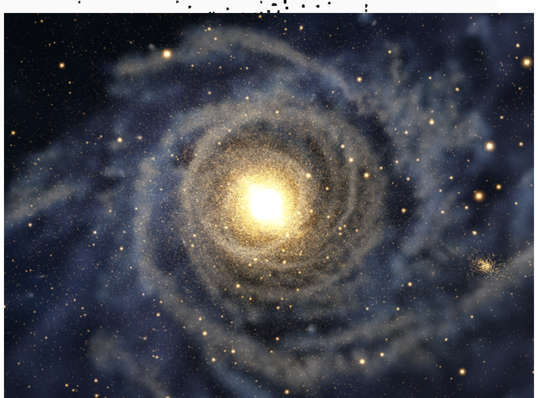


animation

- ダークマター＋ガス＋星
- **200 万粒子、GRAPE-5 で 1 年 (!) くらいの計算**
- **1 粒子の質量: 1 万 太陽質量くらい**

分解能を上げるといいことがあるか？





- そうでもない？
- 大事なこと:物理過程のより適切な扱い
  - 星形成
  - 超新星爆発からのエネルギーインプット

星形成過程のモデル

- 本当に星 **1** つを作るシミュレーション**:**分解能が太陽質量より **4-5** 桁高い必要あり
- 現在できる限界**:** 粒子の質量が太陽の **1000** 倍。**8** 桁くらい足りない
- 星ができる過程のモデルが必要
  - ガスが十分に低温・高密度になったら、星に変わる、とする
  - いくつかフリーパラメータがある
  - できる銀河の構造がパラメータのとりかたによってしまう､､､､
- 超新星の扱いにも同様な問題

どれくらいの分解能でどうすればいいか？

- 答があうようになったらわかる？
- ガス粒子が星形成領域や分子雲より大きいようでは多分駄目
- 理論的には、十分な分解能があれば単純にガスを星に変えるだけでよくなるはず。
- そこに近付いている？
- あと **1-2** 桁？