理論天体物理学特論 I

牧野淳一郎

2004 年 1 月 5 日

1　有限振幅での進化

前回は、断熱壁に囲まれた自己重力ガスの熱平衡状態の安定性を検討した。基本的な結論は、重力の寄与が大きくなると、熱平衡状態が不安定になるということであった。

このあとどうなるかということを調べるためには、数値計算をする必要がある。 Hachisu *et al.* (1978) は、自己重力流体についてそのような数値計算を行なった。

結果の詳細は省くが、重要なことは、中心から熱をとったときに「自己相似解」が現れる場合があるということである。

中心に熱を与えると、中心は温度を下げつつ膨張する。このときは、結局最終的には安定平衡にいってしまうことになる。しかし、中心から熱をとったときにはどこかいき先があるわけではない。

この後の進化は、熱伝導のタイムスケールによる。密度が上がるとタイムスケールが長くなるような場合には、大雑把にいってかなり大きなものが全体として収縮していく。

これに対し、恒星系に対応する場合では、密度が上がるとタイムスケールが短くなる。この時は、密度の高い「コア」が出来、それがどんどん収縮を続けるということになる。これに関する詳細な解析は Lynden-Bell & Eggleton (1980, MNRAS 191, 483) に与えられているので以下考え方だけを示す。

自己相似解というのは、ある物理量 y が

$$y(r,t) = y_0(t) y_*[r/r_0(t)]. \tag{1}$$

と書けるようなものである。さらに、 r_0 と y_0 が時間のベキで書ける (これは数値計算の結果がそうなっている) とすれば、

$$r_0 = (t_0 - t)^\beta, \tag{2}$$

とか

$$y_0 = (t_0 - t)^\gamma, \tag{3}$$

と書け、結局

$$y_0 = r_0^{\gamma/\beta}. \tag{4}$$

という関係が出てくる。

自己相似解ということで、いろんな無次元量は一定と考えられる。特に、今コアというものを考えて、その半径を r_c とすれば

$$\sigma^2 \propto \frac{GM_c}{r_c} \sim \rho_0 r_0^2. \tag{5}$$

ここで ρ_0 を

$$\rho_0 = r_0^{\alpha}, \tag{6}$$

と書けば

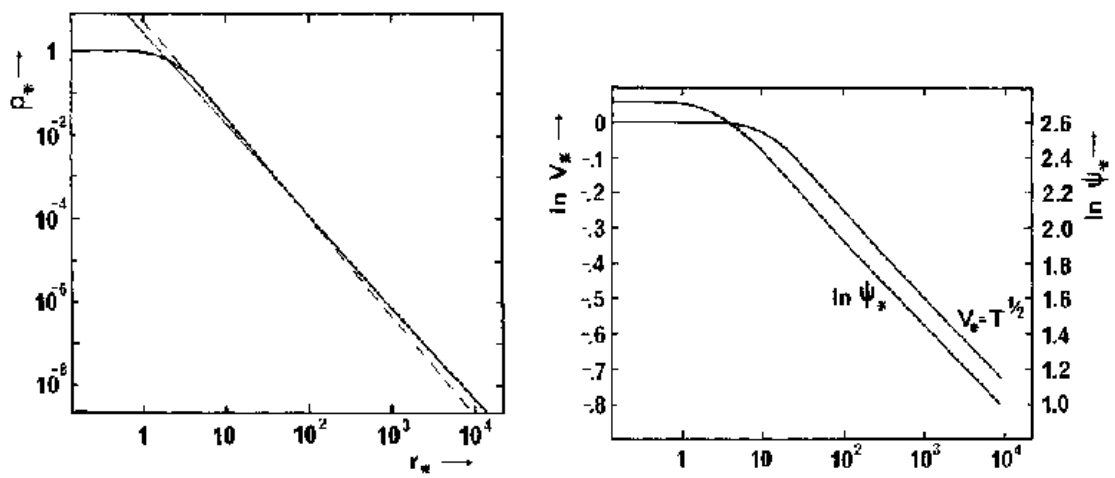
$$r_0 = (t_0 - t)^{2/(6+\alpha)}. \tag{7}$$

となる。

実際に $r_0(t)$ とかを求めるには、やはり固有値問題をとくことになる。Lynden-Bell & Eggleton は実際にといて、

$$\rho = r^{-2.21}. \tag{8}$$

という答を得た。以下に、彼らの求めた固有関数を示す。



1.1 ガスと N 体の違い

実は、このあたりの進化、すなわち重力熱力学的不安定や自己相似解については、ガス近似、FP 計算、N 体の間の一致は素晴らしくよい。ガスではうまく表現出来なくなるのは、質量分布がある場合、非等方性が発達する場合等である。

2 自己相似解の後の進化

さて、自己相似解は、ある時刻 t_0 で密度が無限大になる。これを collapse と呼んでいる。実際にそんなことが起きるのか、また、そのあとはどうなるのかというのは現実的には重要な問題である。というのは、多くの球状星団、あるいは dwarf E では、タイムスケールを見積もるとすでに collapse しているはずだからである。

その後どうなるかについては、いろんな可能性が考えられた。特に、これによってブラックホールを作るというアイディアはそれなりに真剣に検討された。

現在のところ、典型的な球状星団とか dwarf E では、ブラックホールが出来るというのはありそうにない。コアが十分に小さくなると、エネルギー供給源が出来るからである。

ここでのエネルギー供給の元は連星である。仮に星団があらかじめ連星をもっていなかったとしても、コアが十分に小さくなると、そのなかで 3 体相互作用で連星ができるようになる。これは基本

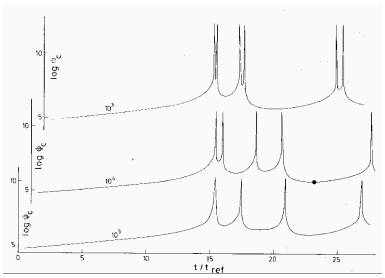
的には星のなかで温度、密度が上がると核融合が始まるというのと変わるところはない。ただし、量子力学的な効果はないので、連星の出来やすさは密度と温度 (平均速度) の関係だけで決まる。

連星によるエネルギー供給が入ると、コアの収縮は止まる。熱源として連星を考えた計算を始めて行なったのは Henon (1975) であり、1982 年ころまでにいくつかそのような計算が行なわれた。それらでは、コアからの熱伝導による熱の流出と連星からのエネルギー入力がバランスし、系全体がホモロガスな膨張をするという結果が得られていた。特に、 Goodman (1984) は実際にそのようなホモロガスな解を求めた。

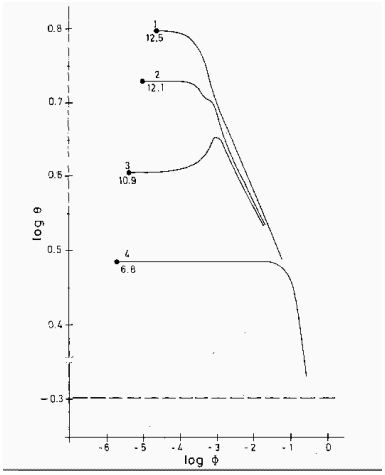
しかし、 1983 年になって、 Sugimoto & Bettwieser は、実はこのホモロガスな膨張解も熱力学的に不安定であるという発見をし、その結果起きる振動に「重力熱力学的振動」という名前をつけた。

以下に示すのが彼らの見いだした振動の様子である。

まず、この図は中心密度の時間変化である。3 本線があるのは、エネルギー生産の係数である。小さいほうがより振動の振幅が大きくなっているのがわかる。



これは膨張中の温度分布の変化。注意して欲しいのは、膨張中 (3 番の線) では、温度のピークがコアの外側にあることである。このような温度の逆転があることで、コア付近では熱が外側から内側に流れることが可能になる。この時には、等温状態の線型解析で膨張に対しても不安定であったのと同じように、熱が流れこんで膨張することで一層温度が下がり、さらに熱が流れこむ。

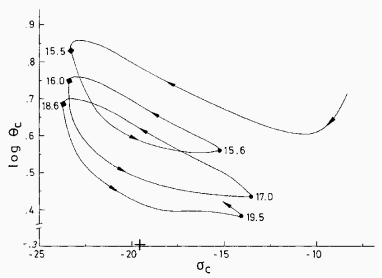


最後に、これはエントロピーと温度の平面でのコアの軌跡である。注意して欲しいのは、この軌跡はこの平面で反時計回りになっていることである。これはどういう意味があるかを考えてみる。

カルノーサイクルはこの平面上で長方形だが、熱機関は時計回りである。この時に、$\Delta Q = T\Delta S$ を積分して正になって元に戻るので、外への仕事 ΔW は ΔQ と等しく正になる。熱機関であるとはそういうことであった。

これに対して逆に回るとは、冷凍機 (ヒートポンプ) のサイクルになっていることに対応する。つまり、低温の時に吸収した熱を高温になってから放出しており、そのために外からの仕事を利用している。このことは、この振動が本質的に熱力学的な不安定性によって起きているということを意味している。

もしも単に連星のエネルギー生産が密度が上がると始まり、密度が下がると止まるということで振動が起きているとすると、この時にはコアの軌跡は熱機関的になるはずである。そうではないということが現象を理解する上では極めて重要なことであった。



とはいえ、彼らの結果はただちに広く受け入れられたわけではなく、そのあと数年に渡る論争があった。その理由は、「それまでの他の人の計算ではいずれも振動が起きていなかった」ためである。具体的には、フォッカープランク方程式を解く計算、ガスモデルでの計算、また、フォッカープランク方程式をモンテカルロ法で解く計算のいずれでも振動は起きていなかった。また、直接の多体計算では、計算機の能力が不足で振動がはっきり見える粒子数を扱うことがそもそもできなかった。

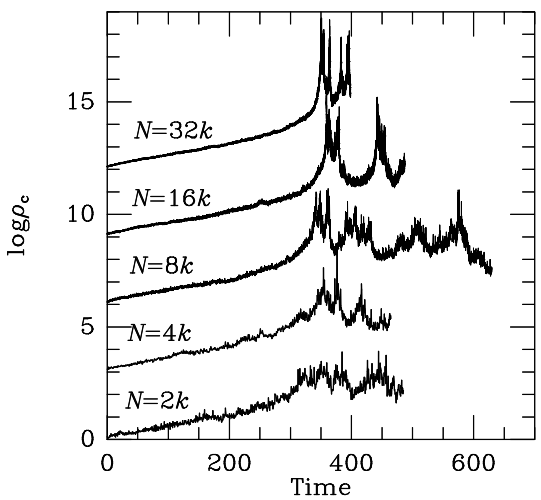
が、1985 年には他のグループによるガスモデル計算、1986 年には FP 計算でも振動が確認された。このきっかけになったのは、 1984 年の IAU Symposium No. 113 であり、ここで杉本が D. C. Heggie と議論し、 Heggie の流体コードの出力を見て、「時間ステップが大き過ぎるのではないか」と指摘した。

すなわち、自己重力質点系の流体モデルの計算では、それまでのほとんどの計算で、時間刻みは可変であったものの、「1 ステップでの変化がある程度以上大きくならないようにする」という基準での時間刻みが使われていた。しかし、この基準での時間刻みと、熱伝導を安定に解く数値計算法を組み合わせると、結果として本来不安定な系でも数値解は安定になってしまうという問題が発生する。

杉本は、元々恒星の内部構造の研究者であり、特に様々な熱的不安定の数値シミュレーションを行ってきたのでこれらの点には注意深かった。このために、元々 Bettwieser の数値計算で振動が起こった時にその結果に「正しい」解釈を与えることができたのである。

さらに、 1987 年には Goodman が自分の求めたホモロガスな膨張解の安定性解析を行い、粒子数が大きい (正確にはエネルギー生産の密度依存性の係数が小さい) と膨張解が不安定になることを示した。

実際に粒子系でそんなものが起きるかどうかにはさらに議論があったが、1995 年になって N 体数値計算でも確かに振動が起きるということが見い出された。



3 「現実の」球状星団

先ほど述べたように、球状星団の進化を普通に考えると、適当な初期条件から始めると典型的には数十億年程度の時間がかかって重力熱力学的なコラプスを起こす。その後の進化は、球状星団が理想的な質点系ならば重力熱力学的振動を起こすということになるが、実際にそうなるかどうかにはいろいろな問題がある。

1. 星同士の物理的な衝突・合体の効果は無視できるとは限らない
2. 始めから連星があるとまた話が変わる

3.1 連星

まず、初期にある連星の効果を考えてみよう。連星は極めて一般的なものであり、太陽近傍の星は 50% 程度は連星である。また、種族 II の星も相当部分が連星という観測結果もある。

これに対して、 1990 年頃までは、「球状星団には primordial な連星はない」と思われていた。これは、 Gunn and Griffin (1979, AJ 84, 752) の広く影響をもった仕事があり、かなり頑張って分光的な連星を球状星団で探したけれども全く見つからなかったという結果になったことが大きい。

しかし、1990 年前後から状況が大きく変わる。結局、観測精度が上がると様々な方法で続々と連星が見つかってきたのである。

連星があるとコラプスの後の進化は大きな影響を受ける。これは、恒星進化で H の他に D があるようなもので、エネルギー生産率を非常に大きくするからである。

つまり、連星を作るためには、3 つの星がたまたま同時に近くに来る必要があり、このためには非常に密度が高い必要がある。 しかし、連星が初めからあれば、それが他の星と近づけばそれだけでエネルギー生産になるわけである。

また、連星はもちろん単独の星より重いので、2 体緩和の時間スケールで系の中心に集まってくる。このために、星の場合とは違って、連星「燃焼」段階は簡単には終わらない。

単純に初期には球状星団の星の相当部分が比較的コンパクトな連星であったとすると、緩和時間が短く重力熱力学的コラプスが起きるような星団でもほとんどの場合には現在まで連星燃焼段階が続くという結論になる。もっとも、そうだとすると極めて深くコラプスした M15 のような星団の存在が説明できないことになり、球状星団と連星の関係については理論的にはともかく観測的、実証的にはまだこれから研究するべき課題が多い。

3.2 星同士の衝突

現在の我々の銀河系では球状星団クラスの 10 万個以上星が集まったものは全て非常に古いものであり、 従って現在ではあまり重い星はない。このため、特に密度が高い球状星団コアにある星はほとんどが中性子星や重い白色矮星であると考えられ、これらはは非常にコンパクトな星であるために物理的な衝突は極めて稀である。また、もっと若い散開星団では重い主系列星もあるが、星団自体の密度が低くてやはり物理的な衝突はあまり重力ではないと考えられてきた。

しかし、観測技術が 1990 年代にはいって進んだことで、この辺りも描像が大きく変わってきた。一つは、我々の銀河中心近くで、非常に若くコンパクトな星団がいくつか見つかってきたことである。Arches, Quintuplet といった星団は、銀河中心から 30pc 程度の距離で 1 万個程度の星が集まった

星団であり、年齢も数 Myrs と極めて若い。これほど銀河中心近くで存在できているということはもちろん極めて高い密度を意味しており、 星同士の衝突が特に中心部では無視できない。

また、 LMC や M82 などの系外銀河の星形成領域では、非常にコンパクトで大質量な星団が見つかってきている。

最近のシミュレーションの結果では、これらの星団では中心で星同士の暴走的な合体が起きる可能性が指摘されている。つまり、元々重い星が中心の密度が高いところに集まってくるので、これら同士が選択的に衝突する。衝突によって重い星ができると、それは衝突断面積が大きくなるので他の星より衝突しやすくなり、ますます衝突・合体によって成長する。これは、この暴走的に成長した星が超新星になるなりブラックホールになるなりするまでとまらない。

つまり、現在の球状星団ではこれから中心にブラックホールが形成されることはありえないが、最近見つかってきた若くて高密度の星団ではそのようなことが現在起きているかもしれない。これは、我々の銀河系の球状星団でも、昔にはそういうことがおきたかもしれないということでもある。

3.3 中心ブラックホールのある星団の構造と進化

では、中心にブラックホール (というか、なんか重いもの) がある星団ではどのような構造が見られることになるだろうか？これに理論的に答えたのは Bahcall and Wolf (1978) である。この頃には球状星団の中心にブラックホールがある可能性がかなり高いと考えられていたため、そのような方向の研究が盛んであった。しかし、 球状星団の X 線源がほとんど Low-mass X-ray binary、つまり中性子星と小さな主系列星の連星であり、また必ずしも星団中心にあるわけでもないということが 1980 年代になって明らかになったため、しばらくこの方向の研究は止まっていた。

それはともかく、Bahcall and Wolf はフォッカープランク方程式を数値的に解くことで密度構造を決めたが、その結果は解析的に理解できることがわかっている。その考えは以下のようなものである。

中心部分の、ブラックホールの重力が支配的な領域を考え、また簡単のために分布関数は等方的であるとする。 速度分散はポテンシャルで決まるので、ケプラー速度になって速度は $v \propto r^{-1/2}$ になる。密度が ρ であるとしよう。

中心に向かって温度があがっているので、熱は中心から外側に向かって流れる。ここで、定常状態ならば熱流 L が半径に依存しない。

大雑把にいうと、ある半径での熱流は、そこでの緩和時間くらいの間にその領域の全エネルギーぐらいが流れ出すと考えることで見積もることができる。これはなんか根拠がない仮定であると思うかもしれないが、仮に密度が半径のべきであるとすれば、 温度は元々半径のべきなので無次元量としての温度勾配の大きさはどこでも同じになるため、この仮定は正しいことになる。

問題は、ではそういうべき乗の解はあるかどうかということだが、緩和時間は $t_r \sim v^3/rho$ の程度、全エネルギーは $T = Mv^2 \sim \rho r^3 v^2$ の程度なので、 $T/t_r =$一定 と置くことで

$$\rho \sim r^{-7/4} \tag{9}$$

という関係がでてくる。

こんな大雑把な計算でいいのかと思うであろうが、割合うまく数値計算の結果を説明できている。

4 次回の予定

次回はブラックホールの話の続きと、粒子系におけるカオスについての簡単な紹介の予定。