理論天体物理学特論 I

牧野淳一郎

2004 年 1 月 19 日

1 ブラックホールのある系

前回、中心にブラックホールがある系について、周りにあるのが同一の質量の星の集団であり、熱力学的な定常状態になれば密度が半径の $-7/4$ 乗のべき分布になることを導いた。これは理論的には美しいが、必ずしも非常に現実的なケースとはいいがたい。今日は、より現実的と考えられるいくつかの場合について、分布がどのようになるべきかを考えてみる。具体的には、以下の 3 ケースを考える

1. 中心ブラックホールが断熱成長する場合
2. 力学的な時間スケールで「突然」中心ブラックホールができる場合
3. 質量分布がある系の熱力学的な進化

これらはそれぞれ、対応する現実的な系がある (かもしれない) と考えられる。

1.1 中心ブラックホールが断熱成長する場合

これは、例えばガス降着などでブラックホールが比較的ゆっくり成長する場合に、周りの恒星集団の分布がどう変わるかという話である。ゆっくりといっても、力学的な時間スケールよりは十分に遅いが 2 体緩和の時間スケールよりは速いものを考える。これは、銀河中心の巨大ブラックホールの場合にはありそうな話である。

QSO や AGN の central engine は巨大ブラックホールへのガス降着であると考えられているので、ガス降着が終わったあとの恒星系の分布は、この、ブラックホールが断熱成長した場合で与えられると考えられるであろう。この場合の分布関数の変化を数値的および解析的に調べたのは Young (1980, ApJ, 242, 1232) である。以下、彼の論文の議論を要約しよう。

始めはブラックホールがなかったとして、分布関数が $f(E, J)$ であるとする。考えないといけないことは以下の 2 つである。

- 最初に (E, J) にいた星はどこに移動するか
- その結果 $f(E, J)$ はどう変化するか

というわけで、順番に考えていこう。

まず、(E, J) にいた星ががどこに移動するかであるが、 ポテンシャルは球対称のままなのでその形が変化しても角運動量 J は保存する。従って、E の変化だけを考える。 ポテンシャルの変化はゆっくりであるとしたので、断熱不変量がある、具体的には、 radial action

$$I_R = \oint v_r dr = 2\int_{r_-}^{r_+} [2(E-\phi) - (J/r)^2]^{1/2} dr \tag{1}$$

が保存することになる。

初めに恒星系は有限サイズのコアを持っていたとしよう。この時、コアの十分内側では、 ポテンシャルは中心密度を ρ_0 として

$$\phi = \frac{2\pi}{3}\rho_0 r^2 \tag{2}$$

で与えられ、断熱不変量は

$$I_R = \oint v_r dr \propto \sqrt{\frac{3}{\rho_0 \pi}} E - J \tag{3}$$

(比例係数は無視) となる。さて、ブラックホールが十分に成長した後、元々コアの中心近くにいた星はブラックホールのポテンシャルの深いところにいると考えよう。この時には、新しいポテンシャルは $-M_{BH}/r$ であり、断熱不変量は

$$I_R^* = 2\pi(-J + M_B H\sqrt{-2E^*}) \tag{4}$$

となる。これを解けば E^* は求められる。但し、ここでは BH ができてからの量に $*$ を付けて区別することにした。

さて、問題は、 $f^*(E^*, J)$ がどうなるかであり、これがわかれば密度分布がわかる。少しややこしいのは、最初のエネルギーが同じであっても最終のエネルギーは角運動量 J によって違うことで、このために算数が少し面倒になる。

分布関数 f ではなく、 (E, J) 空間での分布関数 $N(E, J)$ を考えると、ブラックホールの成長によってこれは滑らかに射影されるので

$$N^*(E^*, J)dE^*dJ = N(E, J)dEdJ \tag{5}$$

なる関係が成り立つ。J は同じなので、これは

$$N^*(E^*, J)dE^* = N(E, J)dE \tag{6}$$

ということである。従って、 dE/dE^* が計算出来ればいい。ここでは、I_R と E の関係を使ってみよう。つまり、I_R を E で偏微分すると

$$\left.\frac{\partial I_R}{\partial E}\right|_J = P(E, J) \tag{7}$$

となることが知られている。但し、ここで $P(E, J)$ は半径方向の周期である。(計算は簡単であるのでやってみること) 従って、

$$\left.\frac{dE^*}{dE}\right|_J = \frac{P(E, J)}{P(E^*, J)} \tag{8}$$

となってだいぶ目標に近づいてきた。

後は f と N の関係だが、これは単に

$$N(E,J) = 8\pi^2 J f(E,J) P(E,J) \tag{9}$$

であるということが知られている。で、結局これらから何がわかるかというと、

$$f^*(E^*,J) = f(E,J) \tag{10}$$

ということである。と、これは Young の論文にそった議論だが、単にリウビルの定理からもこの場合に f が保存するのは当然な気もする。まあ、それはともかく、結局、初めにコアの中心近くにいたとすると f は一定なので、結局ブラックホールの近くではやはり f^* が一定となる。この時は、速度が $r^-1/2$ で上がるので、 f を一定に保つためには $\rho \propto r^{-3/2}$ でないといけないことがわかる。

つまり、ブラックホールが恒星系の中心で断熱的に成長する場合には、ブラックホールの十分近くでは $\rho \propto r^{-3/2}$ のカスプができることになる。

これは美しい理論であり、また重要な結果でもあるが、直接に天文学的な応用があるかと言われると難しい。ブラックホールがあるという観測的な傍証があるのはおもに巨大楕円銀河と近傍の円盤銀河であるが、どちらも中心スロープが $-3/2$ とは遠く離れているからである。

具体的には、巨大楕円銀河ではスロープが非常に浅く、 -0.2 から -1 程度の範囲に分布する。これに対して、我々の銀河系や近傍の円盤銀河では、-2 的と考えられている (我々の銀河系でもブラックホールに本当に近い、距離にして 1 pc くらいのところなのでなかなか良くわからないが)。

巨大楕円銀河でカスプが非常に浅いことは、ブラックホール、巨大楕円銀河の起源を考える上では大きな問題である。もしも、 QSO が巨大楕円銀河の直接の projenitor であって、 QSO のガスが無くなって静かになったものが巨大楕円銀河であるとするなら、ブラックホールの周りの恒星の分布は $-3/2$ 乗カスプになりそうなものだからである。

それ以前に、そもそも -1 よりも浅いカスプを作る方法はあるのかというのも問題である。

ここまでは、

- 2 体緩和による進化での定常状態
- 断熱的なブラックホールの成長に対する無衝突恒星系の応答

を考えた。もうひとつの可能性として、力学的な時間スケールでブラックホールが形成されるか、あるいは系の中心以外のところから落ちてくることが考えられる。

1.2 銀河の合体とブラックホールの合体

力学的な時間スケールで巨大ブラックホールを成長させるには、宇宙初期のゆらぎから重力不安定で一気に作るという方法もありえる。しかし、現在の標準的なインフレーション宇宙モデルでは最初に重力不安定からコラプスする質量スケールはかなり小さく、その中のバリオン質量はもっと小さいので巨大ブラックホールを一気に作るのは無理がある。

現実的な階層的な構造形成モデルを考えると、大きな銀河はより小さな銀河が合体することで形成されたということになる。この時に、銀河中心にあるブラックホールには何が起きるだろうか？、また、銀河の中心部の構造はどうなるのだろうか？

銀河同士の合体は、前に議論した「激しい緩和」の典型であり、十分に緩和が進む前に構造が固まってしまう。ブラックホールが中心にある場合、これは、合体してもブラックホールは初めから結構中心近くに行くということである。

まず、合体前の銀河がほぼ自己重力的でブラックホール質量よりも大きなコアを持っていた場合を考える。この場合には、コアは合体の時に大きく構造が変化するが、ブラックホールはコアの中ないしは非常に近くにいるであろう。ブラックホールは回りの星よりも圧倒的に重いので、力学的摩擦によりコア中心に沈む。2 つブラックホールがあればそれらは連星になり、しばらくは回りの星をはね飛ばして進化する。

合体前の銀河がコアをもたず、 $\rho \propto r^{-2}$ ないしはそれより急なハローから、ブラックホールの重力が支配的な領域に滑らかにつながった構造をしている場合も、合体中にブラックホールはほぼ中心まで沈み、2 つあれば連星ブラックホールになって近くの星をはね飛ばすことになる。

今、ブラックホール以外は無衝突系である極限的な場合を考えると、ブラックホール連星は合体してできた銀河の中心にいって、重心運動の速度は 0 になって止まっている。ブラックホール連星の軌道長半径程度まで近づいた星は基本的にははね飛ばされて無くなるので、ある程度よりもエネルギーが低い粒子は存在しないことになる。細かいことをいうとはね飛ばされる条件はエネルギーではなく近点でのブラックホールからの距離だが、とりあえずエネルギーに下限がある場合を考える。

この時には、簡単な議論から中心に $\rho \propto r^{-1/2}$ のカスプができることがわかる。以下、 Nakano and Makino (1999, ApJL 525, 77) に従ってこのことを示す。

分布関数がエネルギー E だけの関数だとすると、ある半径 r での密度は

$$\rho(r) = 4\pi \int_{\phi(r)}^{0} f(E)\sqrt{2\left[E-\phi(r)\right]}dE, \tag{11}$$

で与えられる。これは速度空間での積分を、積分変数を E にとって書き換えただけである。ここで、 $f(E)$ はあるエネルギー E_0 よりも深いところ $(E < E_0)$ では 0 であると仮定しよう。

ブラックホールに十分に近いところでは、ポテンシャルが十分に深いとすると、積分区間の下限は $\phi(r)$ だが、そこに来る前に $f(E)$ は 0 になるので上の式は

$$\rho(r) = 4\pi \int_{E_0}^{0} f(E)\sqrt{2\left[E-\phi(r)\right]}dE, \tag{12}$$

と書き換えられる。さらに、根号の中で、 $|\phi(r)| \gg |E|$ とすれば、$E/\phi(r)$ で展開できて、

$$\begin{aligned}
\rho(r) &= 4\pi \int_{\mathcal{E}_0}^{0} f(E)\sqrt{2\left[E-\phi(r)\right]}dE \\
&= 4\sqrt{-2\pi\phi(r)} \int_{E_0}^{0} f(E)\left[1-\frac{1}{2}\frac{E}{\phi(r)}+O\left(\left[\frac{E}{\phi(r)}\right]^2\right)\right]dE \\
&\sim 4\sqrt{-2\pi\phi(r)} \int_{E_0}^{0} f(E)dE \qquad (13) \\
& \qquad (14)
\end{aligned}$$

最後の変形では結局展開の 0 次の項だけを残した。ここで、ポテンシャルが十分に深い、ブラックホールが支配的な領域を考えていたので、

$$\phi(r) \sim -GM_{\rm BH}/r \tag{15}$$

であるから、結局

$$\rho(r) \propto \sqrt{-\phi(r)} \sim \sqrt{\frac{GM_{\rm BH}}{r}}. \tag{16}$$

となってブラックホールに十分に近いところでは $\rho \propto r^{-1/2}$ のカスプができることがわかる。

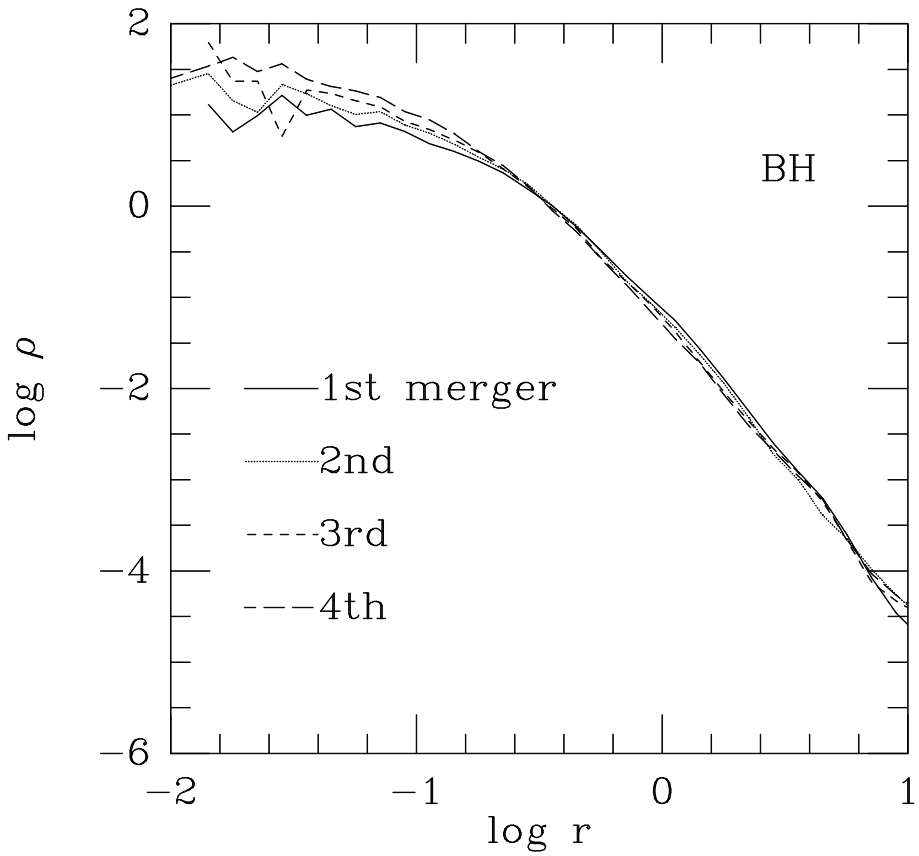
この結果は、本質的には

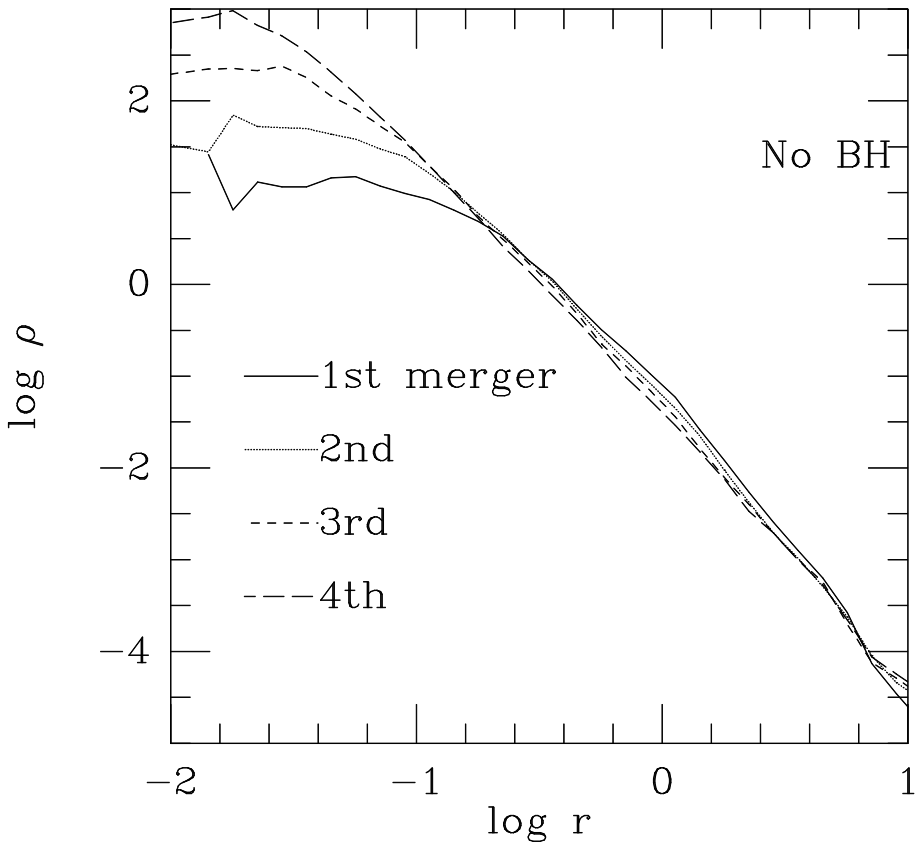
1. 分布関数が $f(E)$ で書ける (等方的である)
2. $E \to -\infty$ で f(E) が十分速く 0 になる

という 2 つの仮定だけによっているので、割合に一般性が高いと考えられるであろう。

とはいえ、上の仮定は結構強い仮定なので、実際に成り立つか？という問題はある。まず、数値計算ではどんな風かというのを見てみよう。この辺は信用できる数値計算結果はあまりないので、手前味噌になるが Makino and Ebisuzaki 1996 (ApJ 465, 527) を例にしよう。

図に、中心ブラックホールを持つ銀河 (左) ともたない銀河 (右) について、合体したものを種にしてまた合体させるということを繰り返した時に密度プロファイルがどう進化するかを示す。合体する毎に半径はほぼ 2 倍になるが、この図では横軸をスケールして重なるようにしている。



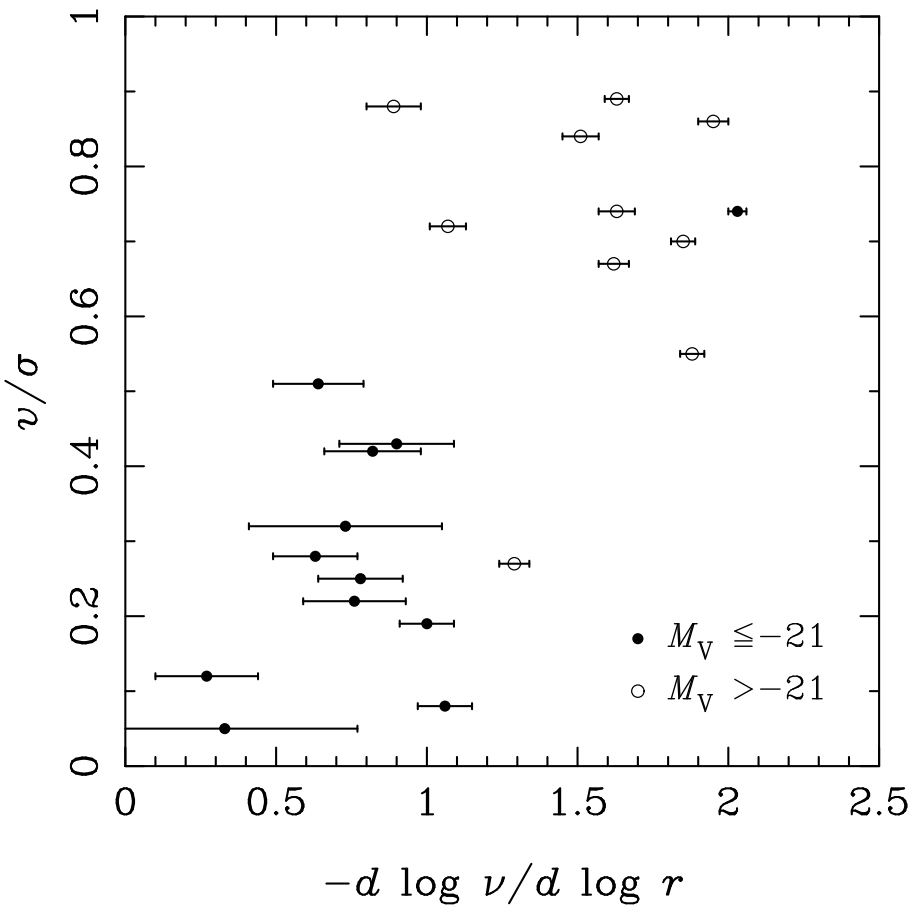


ブラックホールがある場合だと、合体を繰り返した時に中心に浅い密度カスプが形成され、その領域の銀河の半径に比べた相対的な大きさはほぼ一定になっていることがわかる。この部分の傾きはほぼ $-1/2$ であり、 Nakano and Makino の理屈の通りになっているといえる。

まあ、論文の出版年から想像されるように、 Makino and Ebisuzaki は「結果はこうなった」と書いているだけでなぜそうなるのかという説明は Nakano and Makino までちゃんとはなかったわけである。こういうは本当はよろしくないという考え方もある。というのは、特に定性的な結果については、数値シミュレーションが正しいか間違っているかということの判断は、解析的な解釈がつかない限り一般には非常に難しいからである。 NFW プロファイルの話の時に議論したように、ユニバーサルな結果と思ったものが、ユニバーサルに計算間違いしていたせいということもある。

ブラックホールがある銀河の合体の、この数値シミュレーションについては、やった人は計算の信頼性についてはそれなりの自信があったわけだが、Nakano and Makino の結果がでて初めて確信を持ってスロープが $-1/2$ になるといえるようになった。

観測はどんな風かというと、想像されるように数値シミュレーションほど綺麗になにかが決まるわけではない。が、まあ、傾向はある。



この図は Nakano and Makino からとったものであるが、 HST による Virgo Cluster の楕円銀河等の観測 (Gebhardt, K., et al., 1996, AJ, 112, 105, Faber, S. M., et al., 1997, AJ, 114, 1771) から、中心 (0.1") の体積輝度密度の傾きと、回転速度と速度分散の比をプロットしたものである。 シンボルの違いは絶対等級で、塗りつぶしてあるほうが明るい。

明るい楕円銀河はスロープが -1 よりも浅く、回転が小さいのに対して、暗い楕円銀河がスロープが -2 近くであり回転が卓越しているという傾向がかなりはっきりあることがわかる。

3 次元に密度を deprojection する時の誤差等の見積もりに問題がある可能性がまだなくはないようだが、定性的に明るい銀河が浅いスロープを持つという結果自体は確実なものといえるであろう。

1.3 質量分布のある恒星系の熱力学的な進化

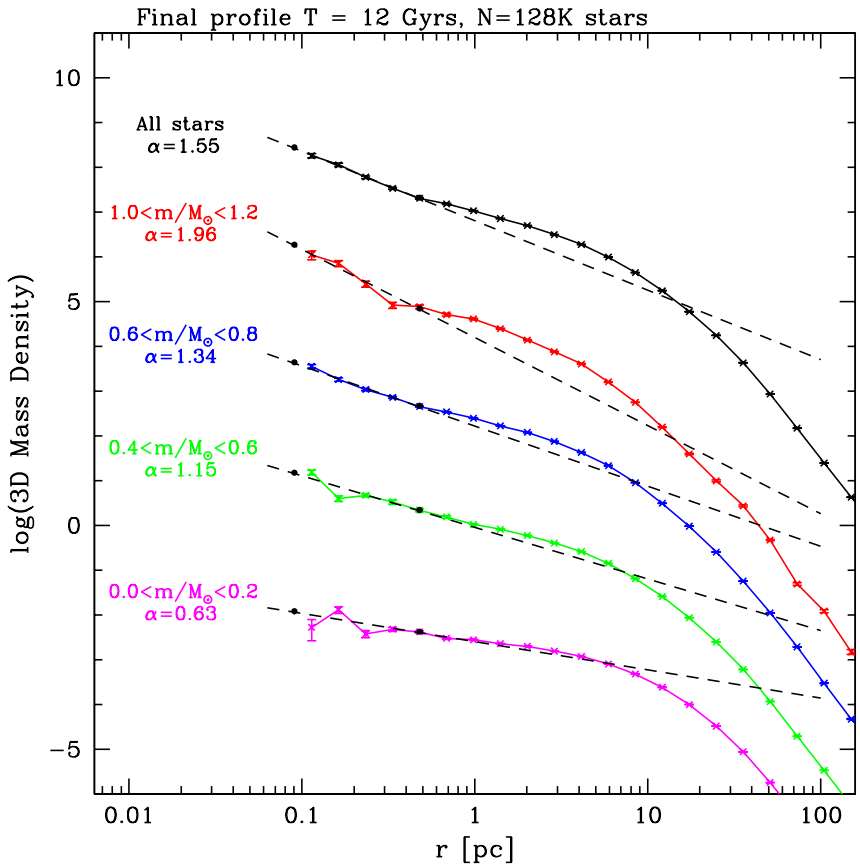
最後に、「現在の球状星団の中心にブラックホールがあるとすればどんなふうに見えるはずか」という問題についてちょっと考えておこう。

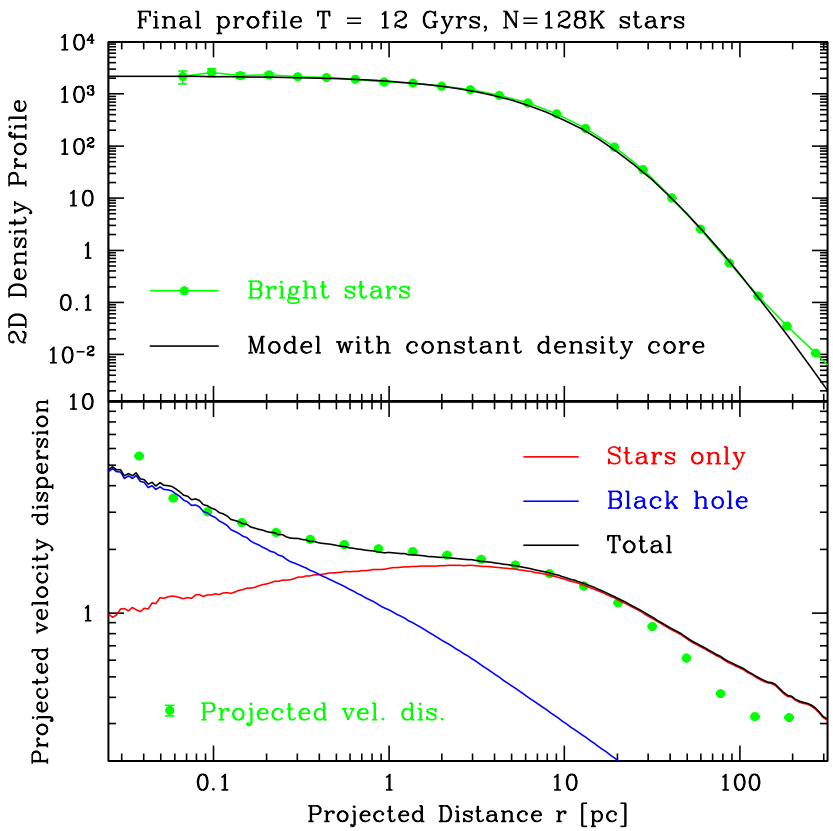
2 回前に話をしたように、現在 core collapse をしている球状星団では中心にブラックホールが形成されるということはありそうにない。 が、球状星団が生まれた直後の大質量星がある時には暴走的な合体から中質量ブラックホールが形成された可能性はある。

その後現在まで進化したら球状星団はどのように見えるか？というのがここでの問題である。単純に考えると、前回話をしたようにブラックホールの近くでの密度分布は $-7/4$ 乗のカスプになると考えられるが、これは等質量の星だけを考えた場合である。ブラックホールの存在を考えない、

gravothermal catastrophe の場合には、シミュレーションでは中性子星や重い白色矮星は理論通りのほぼ -2.3 乗のカスプを作るが、見える星はもっと軽いためにもっと浅いカスプになるというのは既に見た通りである。

ブラックホールがある場合にも同様に、中性子星や重い白色矮星はほぼ理論通りのカスプを作るが、見える星はずっと浅いというのが最近のシミュレーションの結果 (Baumgardt and Makino, 2004, in preparation...) である。





上の図は 3 次元的な密度分布を星の質量毎に書いたものである。初期条件はかなり深いキングモデルの中心にブラックホールをおいたものである。

ブラックホールの近くではどの質量でもカスプになっているが、そのスロープは質量が小さいと小さくなることがわかる。明るい星 (turn-off mass の辺り) の分布を 2 次元に投影したのが下の図で、基本的にフラットなコアを持つ「普通の」キングモデルでフィットできる球状星団のように見える。

というわけで、この辺はまだ 100% 信用してもらっても困るが、球状星団の中心にブラックホールがあるとすれば、その球状星団は比較的大きくフラットなコアを持つように見えるということになる。

2 来週の予定

来週は残った話題のいくつかを概観したい。