

# 重力多体系の進化

牧野淳一郎

2013 年 7 月 19 日

## 1 恒星円盤、スパイラル構造

この講義ではこれまで球対称にごく近い系を扱ってきたが、ここからは少し気分を変えて円盤状の系を扱う。

### 1.1 円盤状の系の例

円盤に近い恒星 (とは限らない) 系の代表的な例は以下のものである

- 円盤銀河の円盤
- 原始惑星系円盤
- 惑星の周りのリング

これらは、円盤である、ということについては同じであり、物理プロセスにも共通の部分もあるが、違うところもある。大きな違いは、

- 円盤の質量
- 重力ポテンシャルの形
- 円盤の粒子が物理的に衝突するかどうか

にある。銀河円盤は重い、つまり、ダークマターハローやバルジの質量と、円盤の質量は同程度と考えられており、自己重力の効果が大きい。これに対して、リングでは、例えば土星リングでもその質量は土星本体の  $10^{-9}$  程度である。原始惑星系円盤では、太陽の質量の 1% 以下と考えられている。この、質量の違いは、不安定モードやパターンの大きさに違いをもたらす。

重力ポテンシャルについては、原始惑星系円盤やリングでは (リングの場合には若干のずれがあるが) 重力場は基本的には中心星のケプラーポテンシャルであるが、銀河円盤では円盤自身やダークマターハローが作るポテンシャルになって単純なケプラーポテンシャルではない。このことは、リン

グや惑星系円盤の場合には基本的に軌道は閉じた楕円軌道であるのに対して、銀河円盤ではリサージュ図形で閉じない、という違いをもたらす。閉じた軌道の場合には平均運動共鳴や永年摂動の役割が閉じない場合よりもはるかに大きくなり、ケプラー軌道であることに固有の様々な現象が起きる。

最後に、物理的な衝突の効果も重要である。惑星リングでは典型的には1つの粒子は軌道周期程度の時間で他の粒子と衝突する。このため、重力による2体緩和ではない、物理的衝突による強い緩和が働く。原始惑星系では、2体緩和と衝突・合体の双方が重要になる。

これに対して、銀河円盤では恒星同士の2体緩和は基本的には無視できると考えられる。しかし、速度分散(ここでは円運動からのずれをランダム速度と定義する)については、古い星ほど大きいことが知られており、加熱のメカニズムとしてはスパイラルアームとの相互作用の他、分子雲との相互作用も候補である。つまり、分子雲は質量が大きな粒子とみなせるので、2体緩和を非常に速くするわけである。

とはいえ、この講義では、まず無衝突系としての安定性を考える。

実際の円盤銀河では、渦巻構造が見えるわけだが、実は渦巻構造の起源はなにかとかなぜ存在できているのか、というのは色々未解決なことが沢山残っている問題である。その理由は、基本的には、理論的な安定性解析が解析的にできるのは tight-winding 近似と呼ばれる、渦巻が非常にきつく巻いている、という仮定、言い換えると、ほぼ軸対称であるという仮定をおける場合だけだからである。というわけで、まずは軸対称モードの話をする。

## 2 軸対称モードの安定性

式の誘導は結構大変なので、まず流体の場合に結果だけ書く。 $k$  を半径方向の波数、 $\omega$  を時間方向の角振動数、 $v_s$  を音速、 $\Sigma$  を面密度、 $\kappa$  をエピサイクル角振動数として、分散関係が

$$\omega^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma|k| + v_s^2 k^2 \quad (1)$$

で与えられることがわかっている。ここで、エピサイクル角振動数とは、与えられた円盤ポテンシャル上での粒子の運動の、半径方向の振動の角振動数である。これは、有効ポテンシャルの概念を使って簡単に計算できる。今、ポテンシャルが中心からの距離  $R$  の関数として  $\Phi(R)$  で与えると、有効ポテンシャルは

$$\Phi_{eff} = \Phi + \frac{L_z^2}{2R^2} \quad (2)$$

である。 $R$  方向の運動方程式は

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{d\Phi_{eff}}{dR} \quad (3)$$

で、これを円軌道の周りに展開して、 $R = R_0 + x$  とすると

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\kappa^2 x \quad (4)$$

で、

$$\kappa^2 = \frac{d^2 \Phi}{dR^2} + \frac{3}{R_0} \frac{d\Phi}{dR} \quad (5)$$

(微分は  $R = R_0$  のところでの値) となる。これを円軌道自体の角振動数  $\Omega$  で書き直すことを考えると、

$$\Omega^2 = \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dR} \quad (6)$$

なので、

$$\kappa^2 = R_0 \frac{d\Omega^2}{dR} + 4\Omega^2 \quad (7)$$

となる。 $\kappa$  はケプラー軌道の時に  $\Omega$  に等しく、調和ポテンシャルの時に  $2\Omega$  に等しいので、普通の銀河円盤等のポテンシャルでは

$$\Omega < \kappa < 2\Omega \quad (8)$$

となる。

で、式 (1) の意味を考える。まず、ジーンズ不安定の式と並べてみよう。ジーンズ不安定の分散関係は

$$\omega^2 = v_s^2 k^2 - 4\pi G \rho_0 \quad (9)$$

であった。これと、円盤の軸対称モードの式を比べると、

$$\omega^2 = \kappa^2 - 2\pi G \Sigma |k| + v_s^2 k^2 \quad (10)$$

まず、音速に関する項  $v_s^2 k^2$  は普通の波動方程式になる項で、どちらでも同じ形でなければならない。次に、重力の項は、ジーンズ不安定では  $-4\pi G \rho_0$  だったのが、円盤では  $-2\pi G \Sigma |k|$  とここにも波数がかはってくる。これは、ジーンズ不安定では 3 次元的に無限一様に広がったものの 1 次元的な線形モードを考えるので、摂動自体は 2 次元方向に無限に広がっていることになり、要塞間の重力ポテンシャルは距離に比例するものになっているのに対して、円盤では重力は 2 次元のなで対数ポテンシャルになり、距離が近いほうが強い、ということによっている。

最後に、 $\kappa^2$  の項は、元々の重力ポテンシャル上のエピサイクル運動そのものである。音速 0 で自己重力も 0 の極限ではこの項だけになるのでこの形でないといけないことは了解して欲しい。

この形からすぐに色々なことがわかる。まず、 $v_s = 0$  の極限、つまり、温度 0 の極限を考える。そうすると、

$$k_{crit} = \frac{\kappa^2}{2\pi G \Sigma}; \quad \lambda_{crit} = \frac{2\pi}{k_{crit}} = \frac{4\pi^2 G \Sigma}{\kappa^2} \quad (11)$$

という臨界波数と臨界波長があって、これより高い波数 (短い波長) は不安定だということがわかる。ジーンズ不安定と違うのは、エピサイクル運動が重力を抑える効果になることと、重力が 2 次元的で距離が近いと強くなるために、波長が短いと不安定で、成長速度も波長が短いほど大きい、ということである。

温度 0 でない、つまり  $v_s > 0$  の場合を考える。あらゆる波数  $k$  に対して振動数  $\omega$  が実数であるためには

$$\kappa^2 - 2\pi G \Sigma |k| + v_s^2 k^2 \geq 0 \quad (12)$$

であればよく、このためには

$$\frac{v_s \kappa}{\pi G \Sigma} > 1 \quad (13)$$

であればよい。

$$Q = \frac{v_s \kappa}{\pi G \Sigma} \quad (14)$$

のことを Toomre の  $Q$  値と呼ぶ。

恒星円盤の場合にも、同じような分散関係から安定性限界を導くことができ、それは

$$Q = \frac{\sigma_R \kappa}{3.36 G \Sigma} > 1 \quad (15)$$

という形をしている。ここで  $\sigma_R$  は半径方向の速度分散である。ジーンズ不安定の場合と違って、係数が流体の場合と微妙に違う ( $\pi$  と 3.36)。

なお、ここまでの解析は、ディスクが無限に薄いと仮定し、重力場や回転の影響はローカルなポテンシャルの微分だけで書けると仮定している。波長が半径  $R$  に比べて十分小さく、なおかつディスクの厚さに比べて十分長い場合についてのみ適用できる。

ディスクが厚さをもっている場合を考えると、十分短い波長では重力が3次元的になって普通のジーンズ不安定の表式になる。問題は、 $\lambda_{crit}$  とディスクの厚さの関係、ということになる。

$$\lambda_{crit} = \frac{4\pi^2 G \Sigma}{\kappa^2} \quad (16)$$

なので、系のトータルの質量、半径、重力定数を1程度に規格化した単位系を考えると  $\lambda_{crit}$  はほぼ  $\Sigma$  だけで決まる ( $\kappa$  も1前後になるため)。原始惑星系円盤や惑星リングのような、 $\Sigma$  が非常に小さい場合には  $\lambda_{crit}$  も系のサイズに比べて非常に小さくなる。従って、これらの場合には非常に冷たくなければディスクは安定である。が、例えば惑星リングの場合には実際に非常に冷たく、このために非常に小さなスケールで多様な構造が現れることが最近ではカッシー二等の観測で明らかになっている。

原始惑星系円盤の場合には、古典的な京都モデルでは、ガスディスクの中でダストが赤道面に沈降していき、厚さが  $\lambda_{crit}$  より小さくなったあたりで  $\lambda_{crit}$  で決まるくらいの大きさに分裂し、微惑星ができる、というシナリオを考える。実際にこのようなことが起こるかどうかについては、ガスディスクが乱流的になるはず、といった議論がありはっきりしないのが現状である。

円盤銀河の場合には、面密度は1まではいかにしても0.1より大きい程度になり、このために  $\lambda_{crit}$  は結構大きい。このため、普通の恒星円盤では厚さは臨界波長より小さく、 $Q$  値がそれなりに安定性を表すと思ってよい。

### 3 スパイラルモードの場合

#### 3.1 tight-winding 近似

既に述べた、tight winding の近似のもとでは、 $m$  本腕モードの分散関係は

$$(\omega - m\Omega)^2 = \kappa^2 - 2\pi G \Sigma |k| + v_s^2 k^2 \quad (17)$$

と書けることが示されている。これは要するに、安定・不安定の条件は  $m = 0$  のモードと全く同じで、不安定な時には実部に  $m\Omega$  が入る、言い換えると、不安定モードはラグランジュ的に回転にくっついて成長する、ということである。

これは、tight-winding 近似してさらに半径方向に対して波長が短いという近似もしたので、 $\Omega$  の半径依存性もどこかで落として解析したような話になっている。

### 3.2 グローバルなスパイラルモード

実際の銀河では、全く tight-winding も局所近似も成り立たないような大きなスケールでのスパイラル構造が見つかっている。例えば以下は Spitzer 衛星で観測した M101 のイメージである。

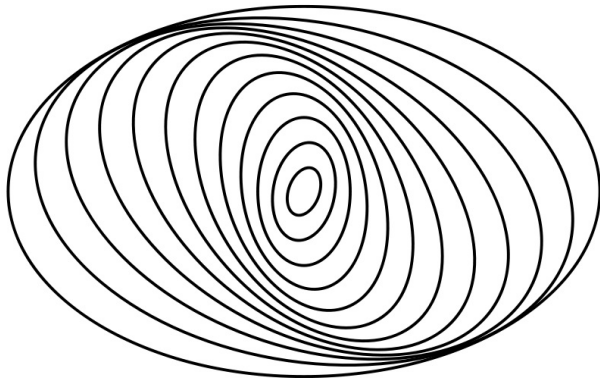


中間赤外で見える低温のガスは複雑な構造をもつが、大きなスケールでのスパイラルアームがあるように見える。これは、多くの銀河についてそういう構造があるように見える。

しかし、そのような構造を定常的に維持するメカニズムはなにか、それ以前にそもそもそのようなメカニズムはあるのか、ということは、依然未解決の問題である。これは、上の解析のように不安定モードは基本的にローカルな角速度で回転するため、半径方向に広がったモードはどうしても差動回転の効果で時間がたつと巻き込んでしまうことになり、ある形をもったスパイラルアームが時間的に成長したり、定常状態になったりしてくれないからである。

これまで唱えられていた理論は例えば以下のようなものがある

1. 定常密度波理論 (いわゆる Lin-Shu 理論)。これは、大雑把にはスパイラルアームは実体ではなく、



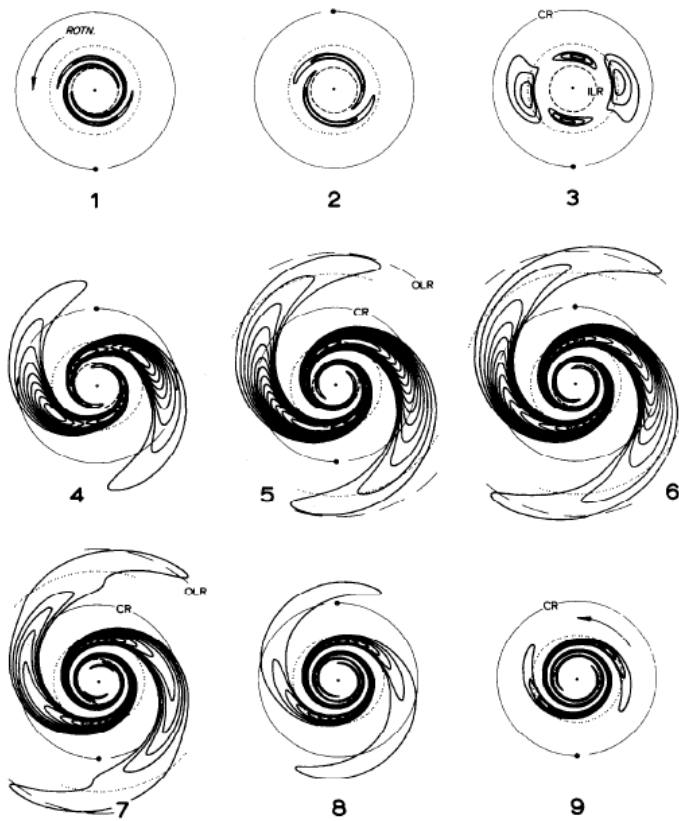
こんな感じにうまいこと軌道がずれていくことでできる見かけのパターンであるとするものである。そうはいつでもエピサイクル周期も半径に依存するし、なぜ同じ半径では大体位相がそろうのかとか、うまいことスパイラルパターンがでるようにその位相が半径によってずれるのかとかは良くわからない。

2. 非定常理論。これは、要するに、アームは次々にできたり消えたりするものである、というものである。1970年代から1980年代にかけて、ディスク構造の  $N$  体計算は盛んに行われた。それらの計算では、 $Q$  値が1より少し大きい、軸対称モードに対しては安定なはずのディスクから計算を始めると、かなり強いスパイラル構造が数回転で成長する。しかし、数十回転までいかないうちにそのような構造は消える。 $Q$  値をみると、アームができると大きくなり始める。実際の銀河では、ガスが放射冷却で温度を下げるので、ガスがあるうちは  $Q$  値がある程度小さくたもたれていると考えることができ、このために常に不安定性により新しいアームが作られている、と考える。

90年代以降この辺はあまり研究されていなかったが、最近の大粒子数での数値計算 (Fujii et al, in preparation) では、初期の  $Q$  の値や粒子数によっては、ガスによる冷却効果がなくても非常に長い時間にわたって非定常なスパイラル構造が見える、ということがわかってきた。

### 3.3 Swing Amplification

上で述べたような、非定常な構造の進化を考える上で有用な概念の一つが swing amplification である。現象としては、これは、以下の図に示すようなことが起こる、というものである。



**Figure 6-17.** Evolution of a packet of leading waves in a stellar Mestel disk with  $Q = 1.5$  and  $f = 1$ . Contours represent fixed fractional excess surface densities; since the calculations are based on linear perturbation theory, the amplitude normalization is arbitrary. Contours in regions of depleted surface density are not shown to minimize confusion. The time interval between diagrams is one-half of a rotation period at corotation. From Toomre (1981), by permission of Cambridge University Press.

最初に leading arm (外側のほうが先に進んでいる) な摂動を与えると、これが最初は巻き込みがほどけていってそのうちに trailing に変化する。その間に、trailing で非常に振幅の大きなアームが一時的に見える。これは、単純にいってしまうと、leading から trailing に変化する最中だと、モードの回転とエピサイクル運動の回転が同じ向きで、このために回転の効果がキャンセルされて普通のジーンズ不安定に近い状況になって摂動がどんどん成長できる、というような話である。

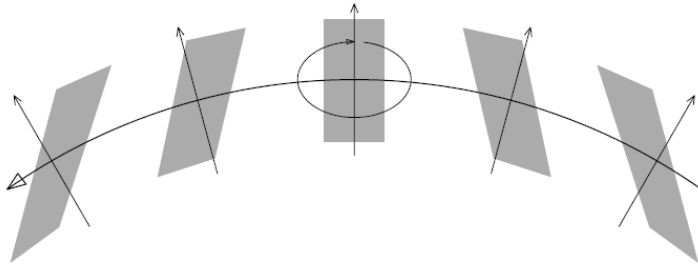


Figure 15.1: Evolution of an overdense perturbation in a shearing disk. The disk rotates counter-clockwise, as indicated by the heavy arc; a typical star moves around an elliptical epicycle in a clockwise direction. The perturbation (grey patch) initially has the form of a *leading* spiral (right), but is sheared into a *trailing* spiral (left) by the differential rotation of the disk. The epicycle and the perturbation rotate in the same direction, so stars stay in the perturbation longer than they would under other conditions.

但し、これが機能するためにはどこからか leading arm な摂動が供給されなければならない。N 体計算では、最初にランダムに粒子を置くと、ポアソンゆらぎからアームが成長していくが、単純にポアソンゆらぎからの成長で、一回切りの現象だと思えば粒子数を増やせばアーム強度は小さくなるはずである。また、成長時間も粒子数に依存しないはずである。しかし、数値計算の結果は、最大のアーム強度は粒子数に依存せず、また成長は粒子数が大きいと遅い、ということを示唆している。

## 4 バーとバー不安定

上でみたように、スパイラル構造についてはそれを定常的に維持するメカニズムが何か、そもそもそんなものがあるのか、ということが良くわかっていない。

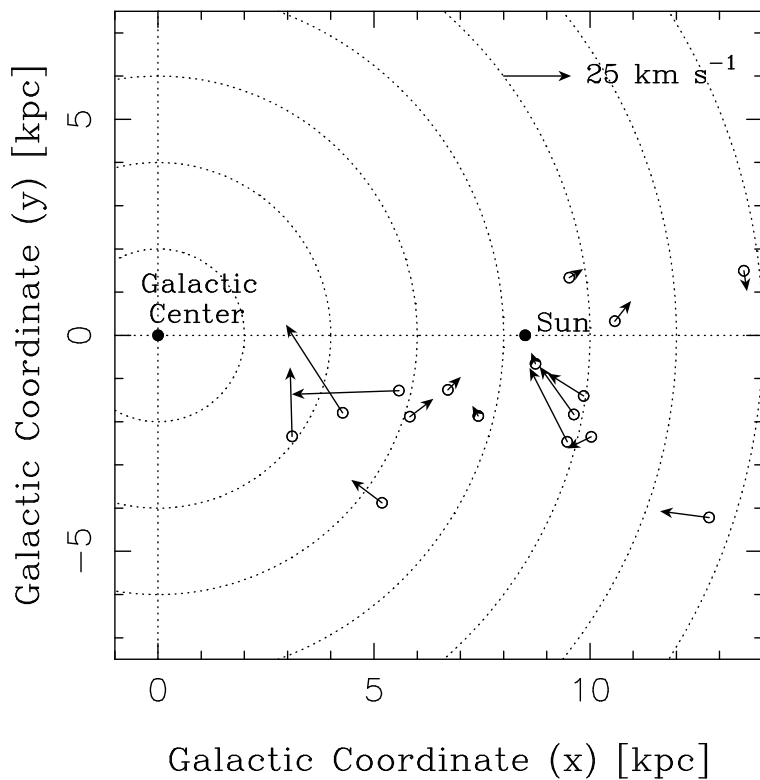
しかし、グローバルな非軸対称モードとしてはスパイラルの他にバー不安定があり、これについては非線型領域で定常なバー構造が存在できることは古くからわかっている。Q 値的には安定なディスクであっても、ディスクだけでダークマターハローやバルジがないと必ずバー不安定を起こす、ということが 1970 年代から知られている。但し、グローバルモードであることから安定性条件等が単純な形で得られているわけではない。

バーがある場合にはその外側には 2 本腕のスパイラルができ、これは基本的には密度波的な構造であると考えられている。

## 5 観測はどんな感じか？

図に VLBI での位置天文的な観測例を示す。これは、VLBI (超長基線干渉計) で遠くの星の距離と動く速度を三角測量で決めたものである。データのほとんどはアメリカの VLBA によるものである。





ちなみに、日本では国立天文台の VERA で同様な観測を進めているはずである。

## 口径2300 kmの電波望遠鏡！

4ヶ所の観測局で、  
同時に、同じ星を観測する

VERAの望遠鏡配置

なお、これは、とても大変な観測である。

- 空間分解能は高いけれど、感度はそんなに高くない  
= 特別に明るい天体しか見えない
- 三角測量 = 年に何回も観測しないと行けない (原理的には最低 3 回)
- 実はその間に明るい場所が変わったりする
- 望遠鏡の位置、大気による遅延その他の誤差が 1cm 以下でないといけない
- 天体のほうの広がりやその変化の影響もある

観測からいえそうなこと:

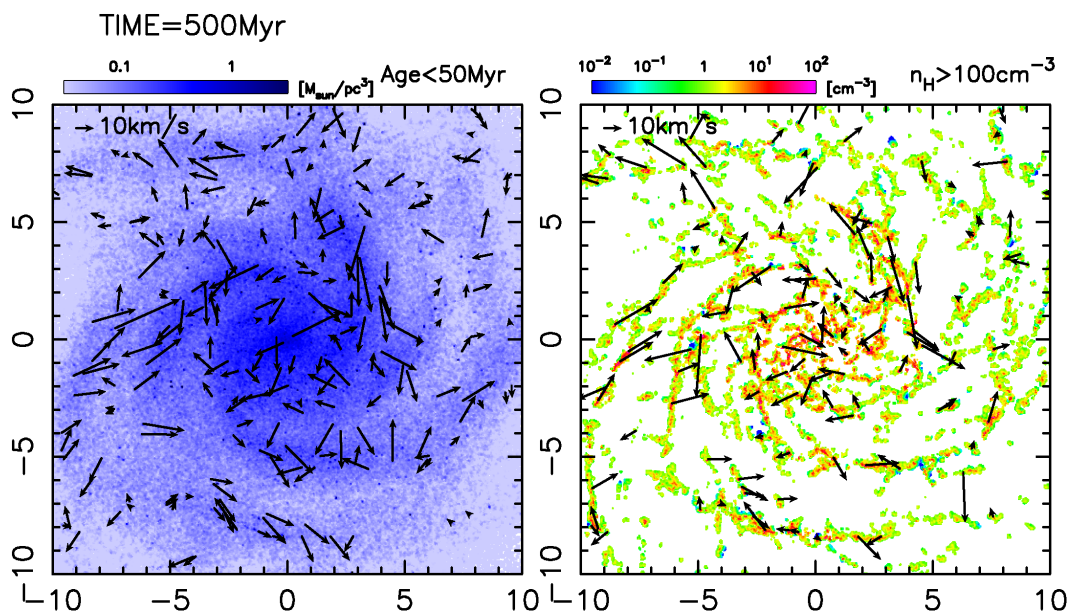
- 結構円運動からはずれて動いている
- 定常密度波理論はこういうことはないはず

## 5.1 最近のシミュレーション

(馬場他 2009)

animation (1, 2)

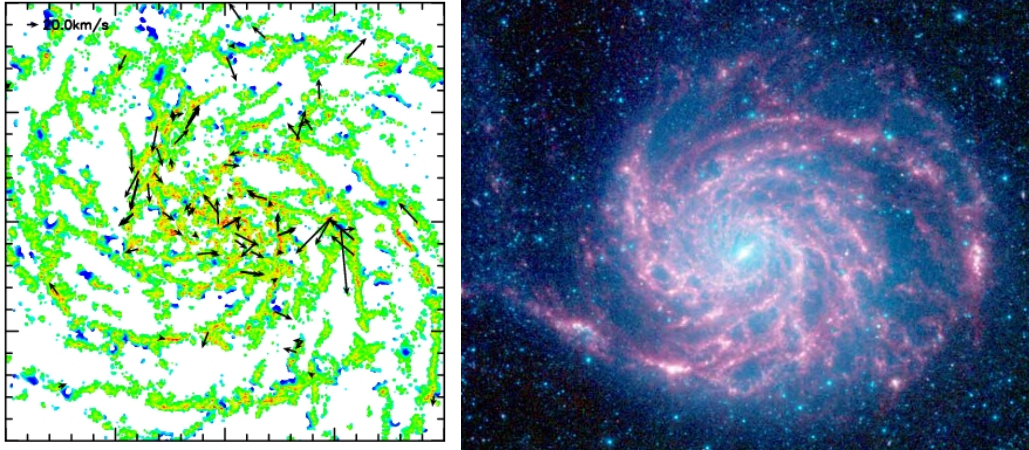
空間構造と、円運動からのずれ



左:星の分布

右: 冷たい星間ガス

## 5.2 観測と比べると



## 5.3 ちょっと昔のシミュレーションは



## 5.4 昔の計算と何が違うか？

### 昔の計算

- 空間分解能  $\gg 100\text{pc}$
- ガスの温度は1万度以上を保たせる
- 星は  $\rho \geq 0.1\text{cm}^{-3}$  (銀河内の平均密度くらい) ができる

(こうしないと計算できなかった)

### 最近の計算

- 空間分解能  $\sim 10\text{pc}$
- ガスは絶対温度 20K まで冷却できる
- 星は  $\rho \geq 100\text{cm}^{-3}$  (まあ分子雲くらい) でできる

数値計算法の色々な改良 (というか、原理的に問題があったところの修正等) で可能になった。

## 5.5 星だけの円盤の計算

(藤井他 2010)

Animation a1

Animation a2

Animation b1

- 軸対称な、腕がないところから計算始める
- 腕は勝手にできて、100 億年くらいはきえない
- ある種の定常状態になっている

## 5.6 まとめ

- 銀河の渦巻構造についての理解はここ数年で全く変わりつつある。
- これは大規模・高分解能な計算、それを可能にする計算方法の発展による。
- 渦巻は時間定常な構造ではなく、常に生成消滅している。
- いわゆる「巻き込みの困難」は、常に新しい腕を作り出すことで解決された。
- 星もガスも単純な円軌道ではなく複雑な運動をする

## 6 レポート課題

講義で取り上げた論文のどれか 1 つを読み、その内容を要約し、そこでの主張について妥当性を検討せよ。複数の論文についてレポートを出してくれればそれなりに評価を上げる。

レポート切: 8/31

レポート提出先: makino あつと [geo.titech.ac.jp](mailto:geo.titech.ac.jp) に PDF ファイルをメールで送ること。